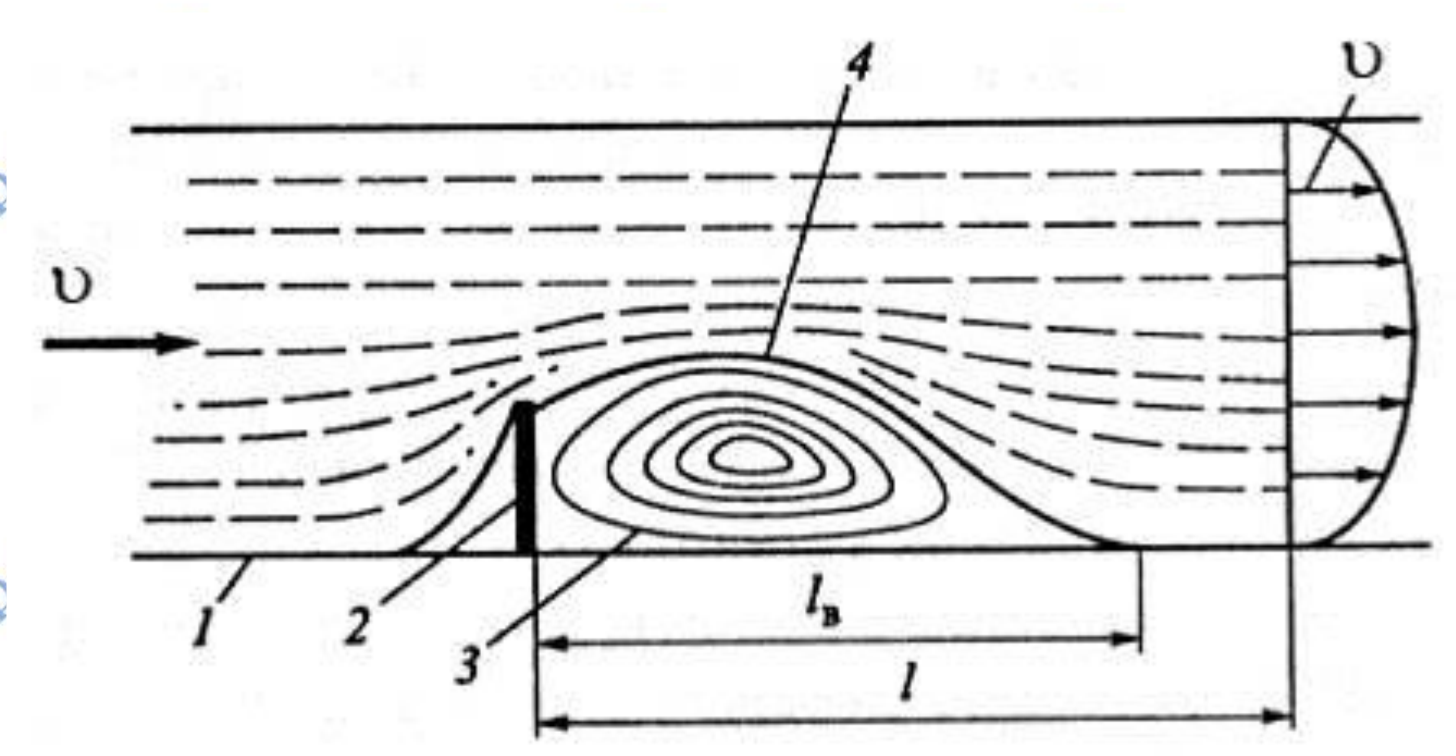
Гидродинамика

Гидродинамика – раздел гидравлики, изучающий движение жидкостей.

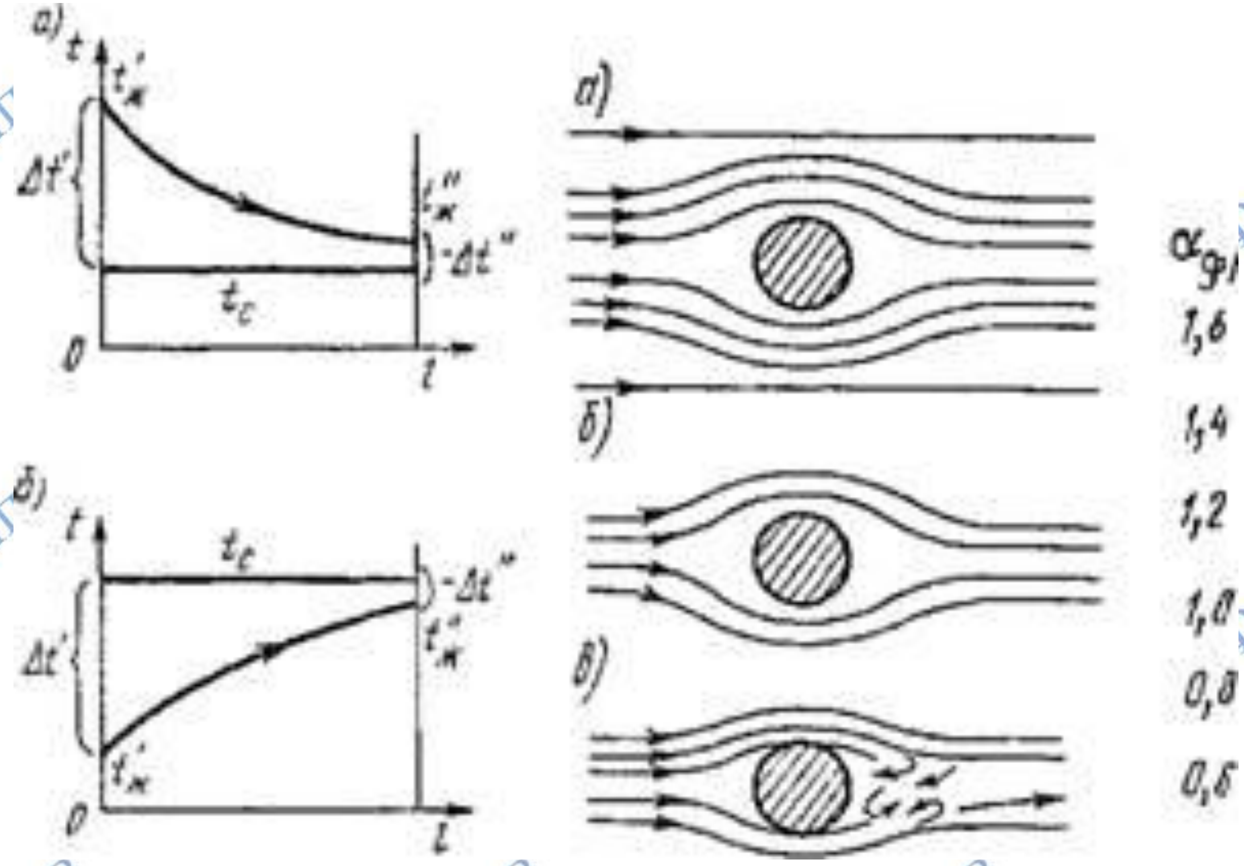
В гидродинамике различают три задачи:

1. Внутренняя задача – движение жидкости внутри труб и каналов.
2. Внешняя задача – обтекание потоком одиночного тела.
3. Смешанная задача – обтекание потоком множества тел с одновременным движением по каналам, образованным этими телами.

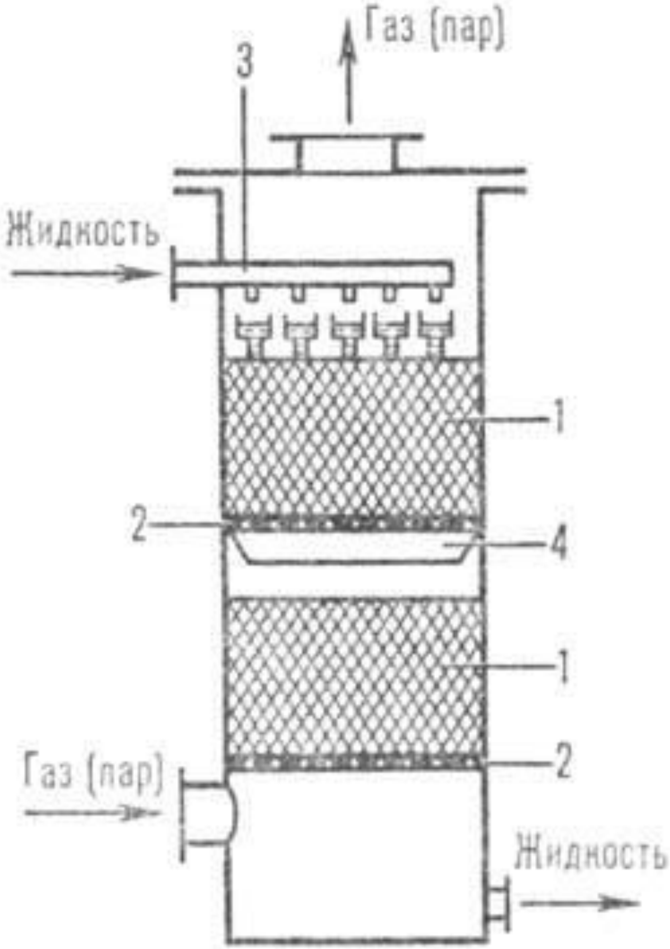
1. Внутренняя задача – движение жидкости внутри труб и каналов

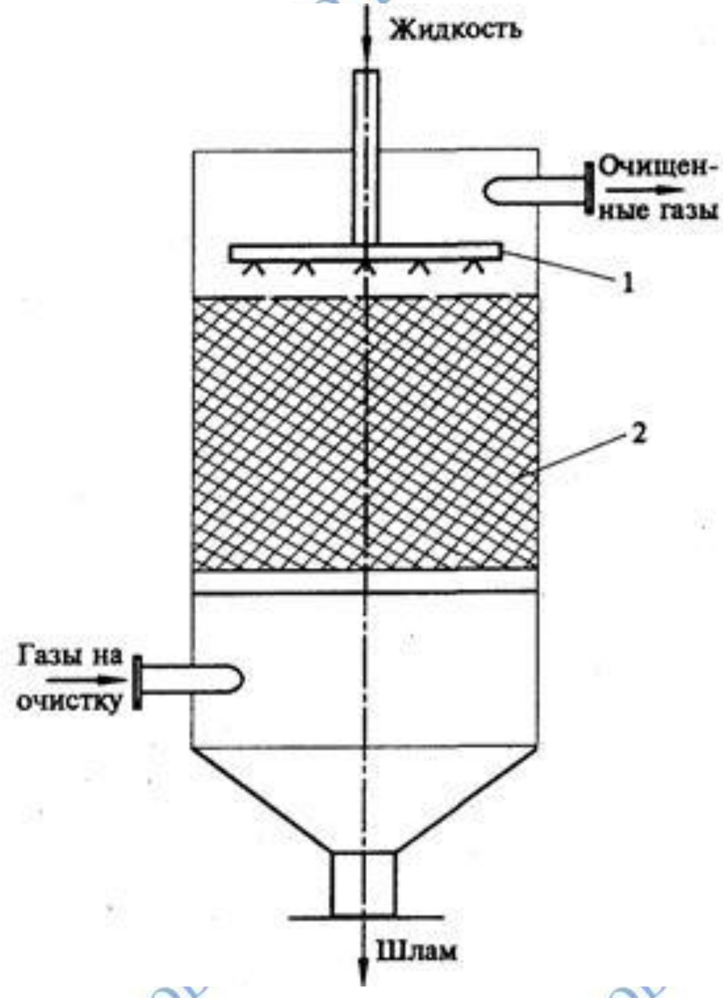


Внешняя задача – обтекание потоком одиночного тела



Смешанная задача – обтекание потоком множества тел с одновременным движением по каналам, образованным этими телами





Элементы насадки

© В. Филиппов

Что такое жидкость в гидродинамике?

В гидродинамике под термином жидкость понимают как обычную капельную жидкость, так и газы и пары. Это объясняется тем, что законы движения этих сред одинаковы.

Понятие расхода

По нескольку раз за день мы управляем расходом потока.

В гидродинамике используется два расхода – **объёмный** и **массовый**.

Объёмный расход – это объём жидкости V, протекающей через поперечное сечение потока S в единицу времени. Понятно, что расход связан со **средней** скоростью w

$$\boxed{V = Sw}$$

Массовый расход

Массовый расход G связан с объёмным V так же, как масса с объёмом

$$\boxed{G = V\rho}$$

В системе СИ массовый расход имеет размерность кг/с.

Так как на производстве (да и в быту) поток в большинстве случаев движется по трубам, то уравнения расхода можно записать так

$$\boxed{V = \frac{\pi d^2}{4} w}$$

$$\boxed{G = V\rho = \frac{\pi d^2}{4} w\rho}$$

где d – внутренний диаметр трубы.

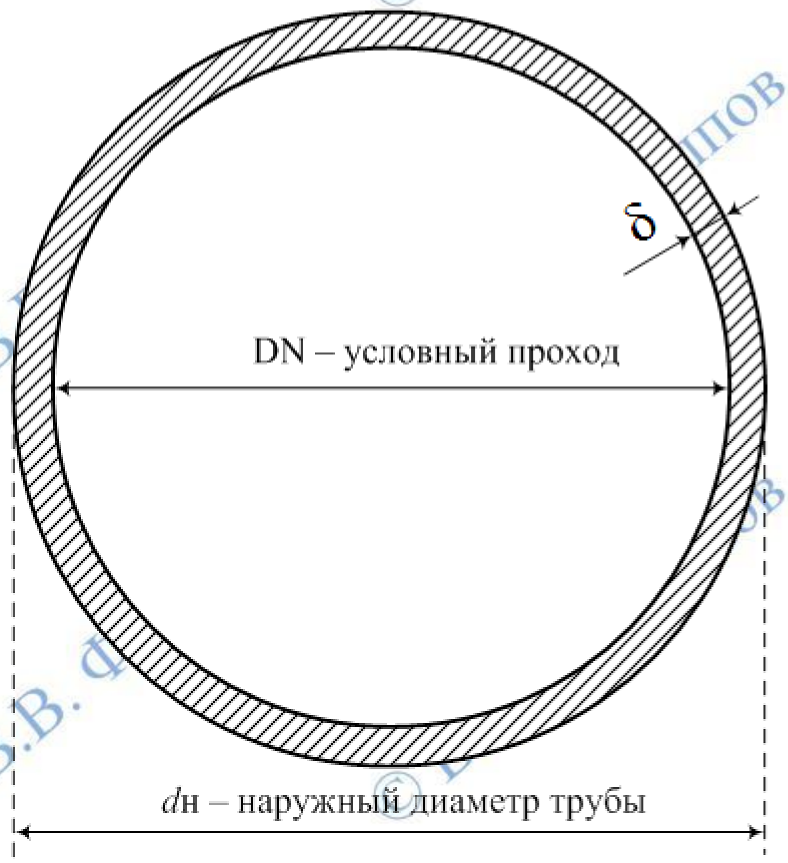
Параметры труб

Основной характеристикой любого трубопровода является **внутренний** диаметр, определяющий его проходное сечение. Чем больше проходное сечение, тем больший расход можно прокачать по трубе. И чем больший поток требуется перекачивать, тем больше должно быть проходное сечение трубопровода.

Технология изготовления труб предполагает **постоянство наружного диаметра**. А вот толщина стенки трубы может быть различной – в зависимости от давления среды, которая будет по этой трубе перекачиваться. Из-за этого внутренний диаметр получается различным. Чтобы унифицировать параметры трубопровода вводится понятие **условного прохода DN**.

Под условным проходом DN труб, арматуры и соединительных деталей понимают средний внутренний диаметр труб, округленный вверх или вниз до значений стандартного ряда.

Сечение трубы



Расчёт внутреннего диаметра трубы

$$\boxed{d_{\text{вн}} = d_{\text{нар}} - 2\delta}$$

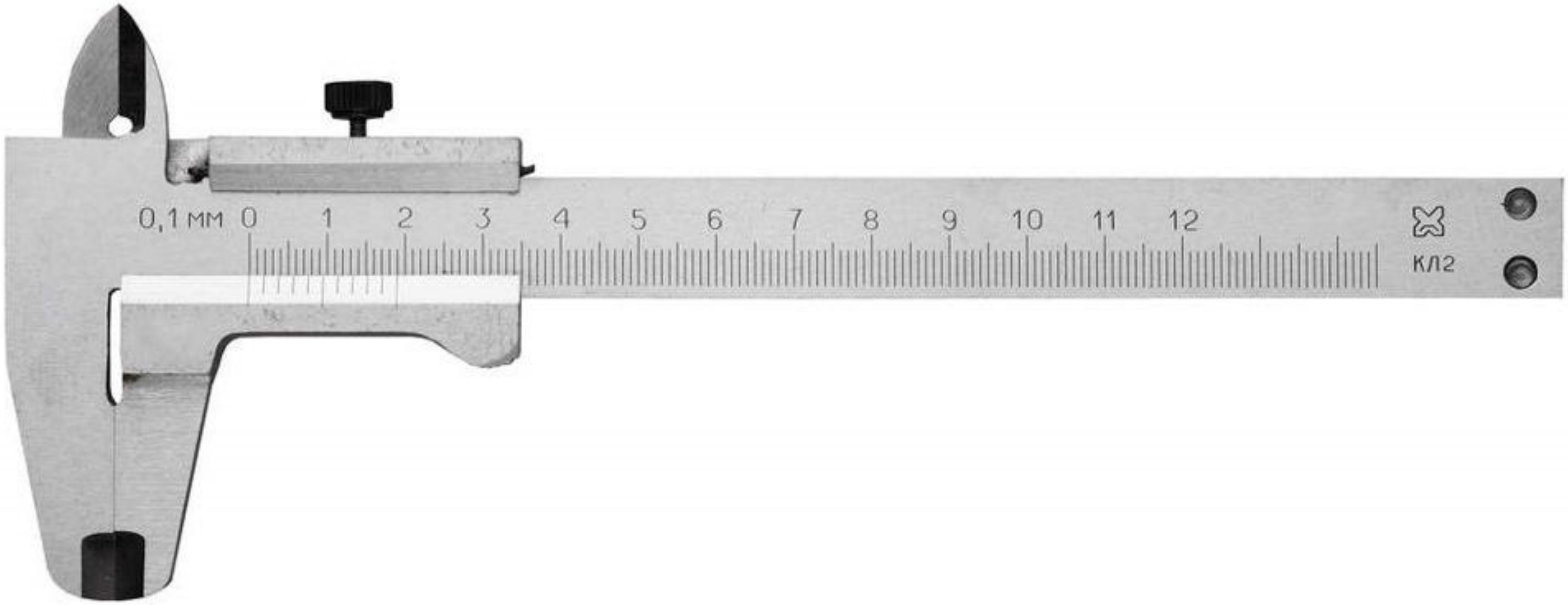
Для измерения наружного диаметра используется **штангенциркуль**.

Каждый должен научиться им пользоваться!

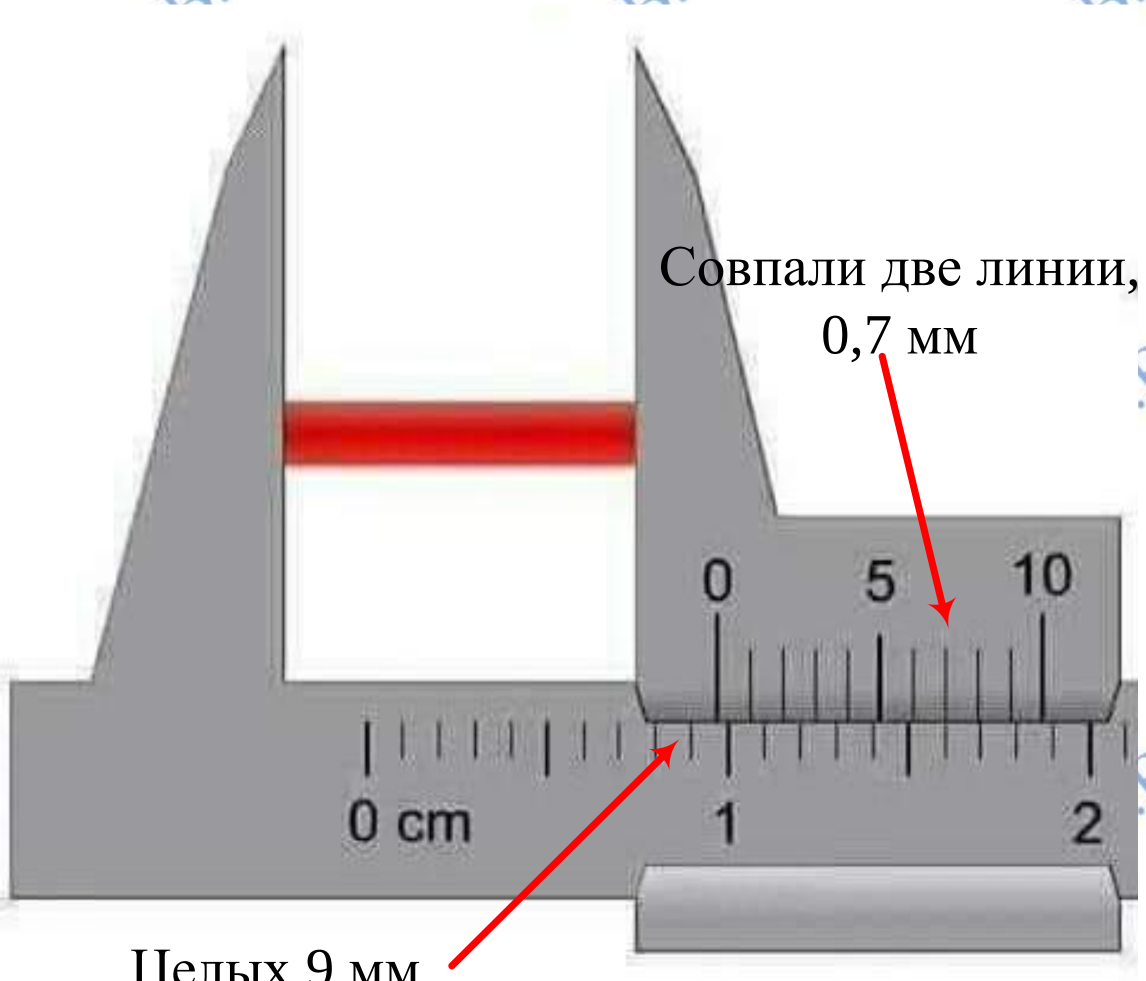
В правой руке Инженера - штангенциркуль

© В. Филиппов

Штангенциркуль



Чему равна длина стержня?
Ответ: 9,7 мм



Практические приложения уравнения расхода

Зная объёмный расход потока V и диаметр трубы d, можно найти среднюю скорость w

$$\boxed{w = \frac{4V}{\pi d^2}}$$

Если же задан объёмный расход V, то приняв рекомендованное (допустимое!) значение скорости потока $w_{доп}$, можно найти требуемый диаметр трубы d

$$\boxed{d = \sqrt{\frac{4V}{\pi w_{\text{доп}}}}}$$

А вот выбор $w_{\text{доп}}$ – довольно сложная технико-экономическая задача.

Установившееся и неустановившееся движение

Течение жидкости называется установившимся или стационарным, если в точке с фиксированными координатами все параметры потока не изменяются во времени, но являются при этом функцией координат.

За потоком можно «наблюдать» двумя способами. Первый способ – наблюдатель неподвижен, т.е. находится в точке с постоянными координатами (способ Эйлера).

При втором способе «наблюдатель» движется вместе с потоком, т.е. координаты изменяются (способ Лагранжа).

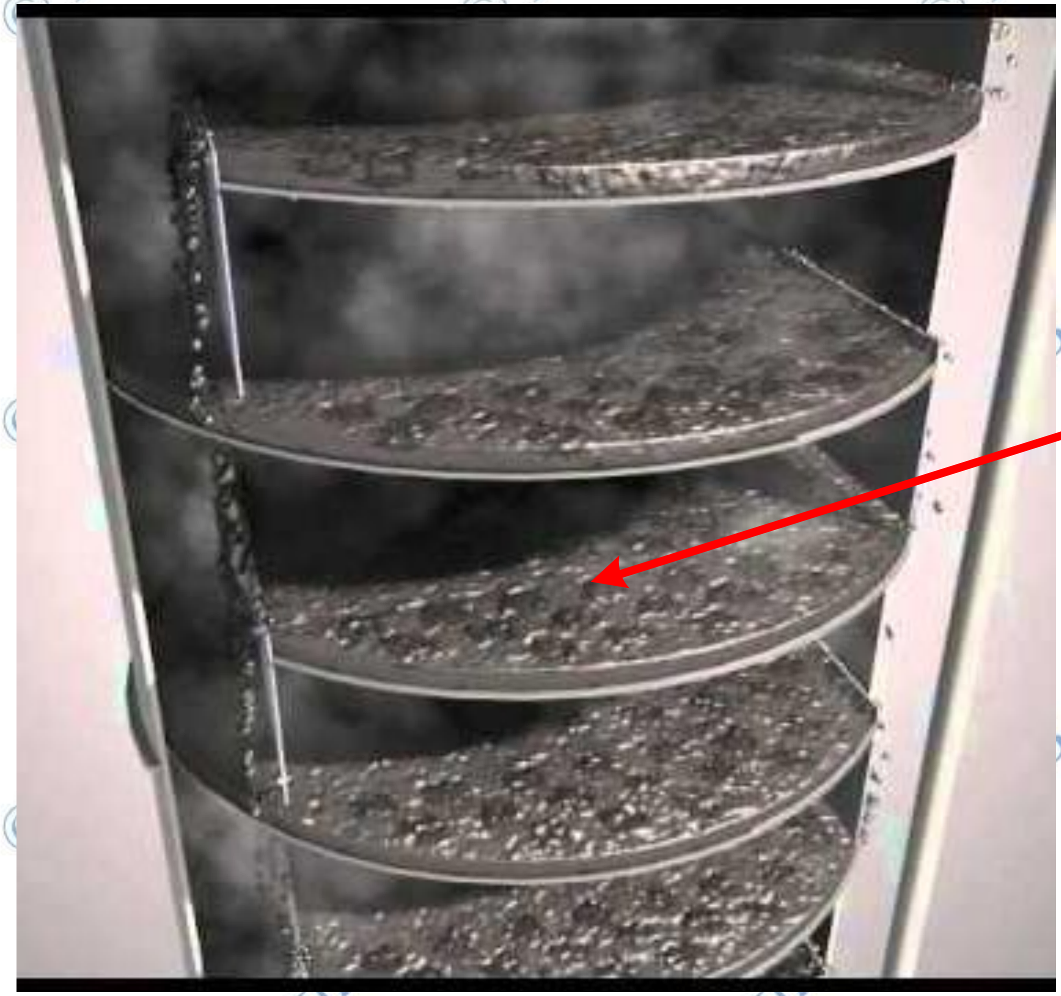
Понятно, что у этих «наблюдателей» будут совершенно разные выводы о движении потока.

Если обозначить через U множество всех параметров потока (скорость, температура, давление и т.д.), то для установившегося потока при условии $(x,y,z)=const$ можно записать

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = 0,$$

где τ – время.

На рисунке показан разрез ректификационной колонны



При установившейся работе ректификационной колонны на тарелке температура, давление, составы жидкости и пара в любой точке должны оставаться постоянными и не меняться во времени

Если же режим движения неустановившийся, то параметры потока начинают изменяться во времени в точке с фиксированными координатами

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} \neq 0 \text{ и } U = f(x, y, z, \tau).$$

В теории гидродинамики для описания движения потока вводится так называемая **субстанциональная производная** или производная, следящая за потоком

$$\frac{dU}{d\tau} = \frac{\partial U}{\partial x} w_x + \frac{\partial U}{\partial y} w_y + \frac{\partial U}{\partial z} w_z + \frac{\partial U}{\partial \tau}$$

Режимы движения потока

В результате многочисленных опытов по изучению движения потока жидкости было установлено, что существует **два режима** движения.

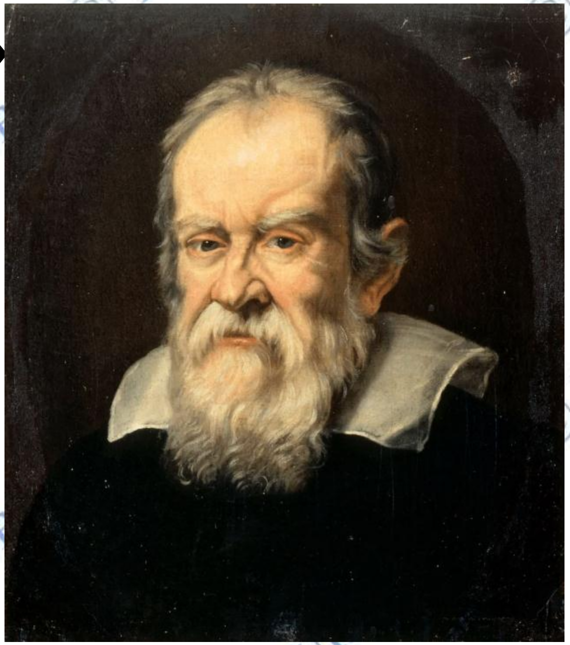
При первом режиме все частицы потока движутся равномерно, прямолинейно, **упорядоченно**. Такой режим назвали **ламинарным**.

При втором режиме движение частиц приобретает **хаотический, вихревой, беспорядочный** характер. Этот режим получил название **турбулентного**.

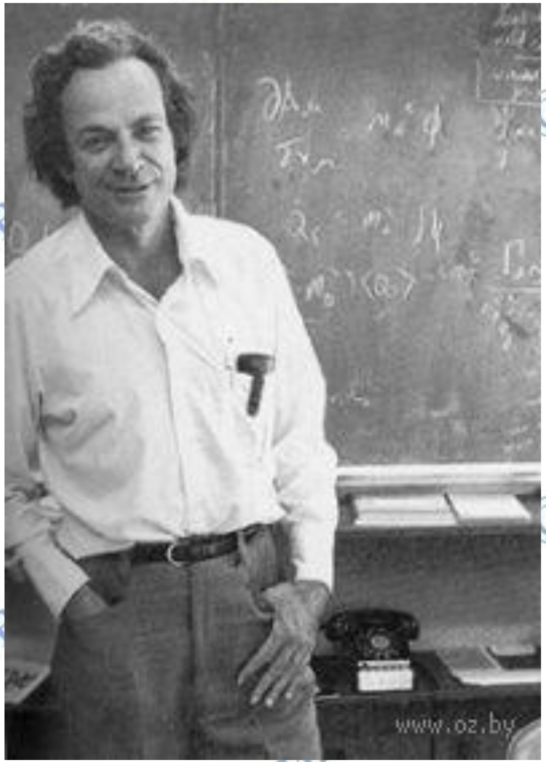
«Наука заканчивается там, где начинается хаос».

Т.е. перед хаосом теория бессильна. Великий Галилео Галилей (1564 – 1642) сказал:

«Проще описать движение светил небесных, чем течение ручейка под ногами»



Прошли века. И в середине XX века известный американский физик, один из создателей водородной бомбы, **Ричард Фейнман**, фактически повторил слова Галилео:



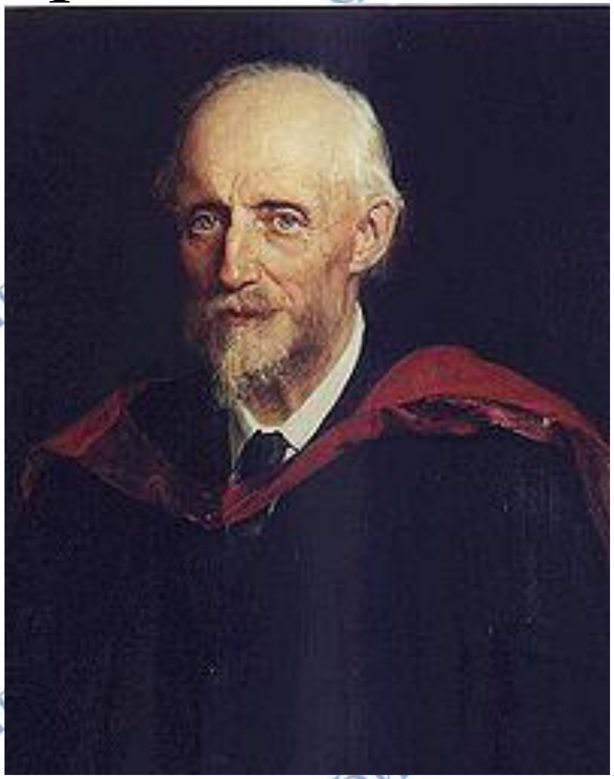
«Турбулентность остается величайшей из нерешенных проблем классической физики».

Что же получается? А получается, что мы не в состоянии прогнозировать простейшие турбулентные потоки, не обращаясь к **экспериментальным данным** о самом потоке.

На первое место выходит его величество эксперимент!

«Теория суха, мой друг, а древо жизни вечно зеленеет» (Гёте, «Фауст»).

Английский инженер Осборн Рейнольдс в 1876-1883 годах проводил опыты, чтобы выяснить, какие параметры влияют на режим движения. Таких параметров оказалось четыре:



1. скорость w,
2. плотность жидкости ρ,
3. её вязкость μ,
4. диаметр трубы d.

Позже эти четыре параметра объединили в один безразмерный комплекс, который получил название **критерий (число) Рейнольдса**

$$\boxed{Re = \frac{wd\rho}{\mu}.}$$

Критерий Рейнольдса является мерой соотношения двух сил – силы инерции (она в числителе) и силы вязкости (сопротивления). Сила инерции «старается» внести хаос, беспорядок в поток. Сила же вязкости «стремится» порядок сохранить. Какая из них победит?

Опытным путём было установлено, что если

$$\boxed{Re \le 2320,}$$

то поток движется ламинарно. Победила сила вязкости.

Если же

$$\boxed{Re > 10000,}$$

то движение будет турбулентным. Тут победа за силой инереции.

А что будет, если

$$\boxed{2320 < Re < 10000}$$

Неизвестно. Может, ламинарное движение. А может – турбулентное. Или на одном участке трубы ламинарное, а на другом турбулентное. Поэтому диапазон указанных значений критерия Рейнольдса назвали **переходной областью.**

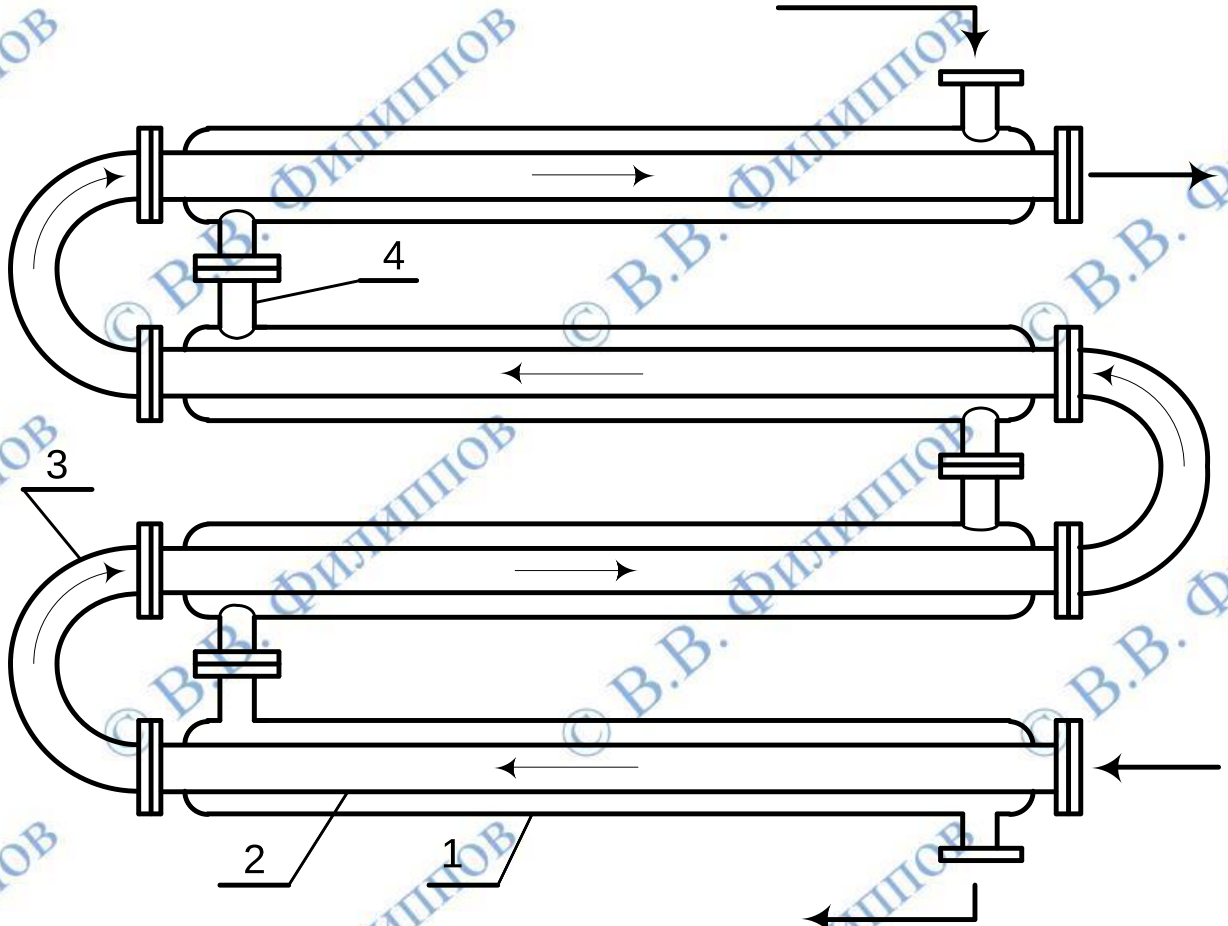
Какой режим лучше? Смотря для чего.

В нашихтехнологияхмыстремимсяк **турбулентному движению**. При вихревом характере перемещения потока все процессы протекают быстрее, т.е. интенсифицируются.

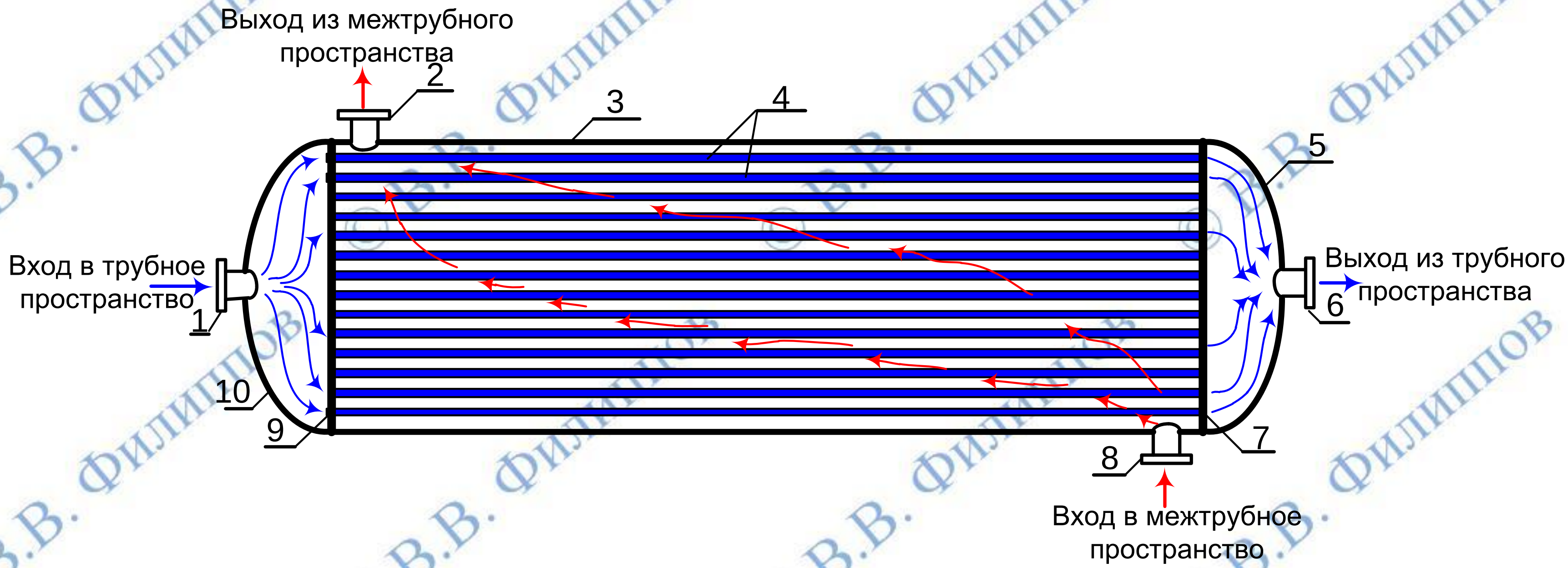
Эквивалентный диаметр и гидравлический радиус

В приведённом выше уравнении для расчёта критерия Рейнольдса фигурирует геометрический размер трубы – её внутренний диаметр d.

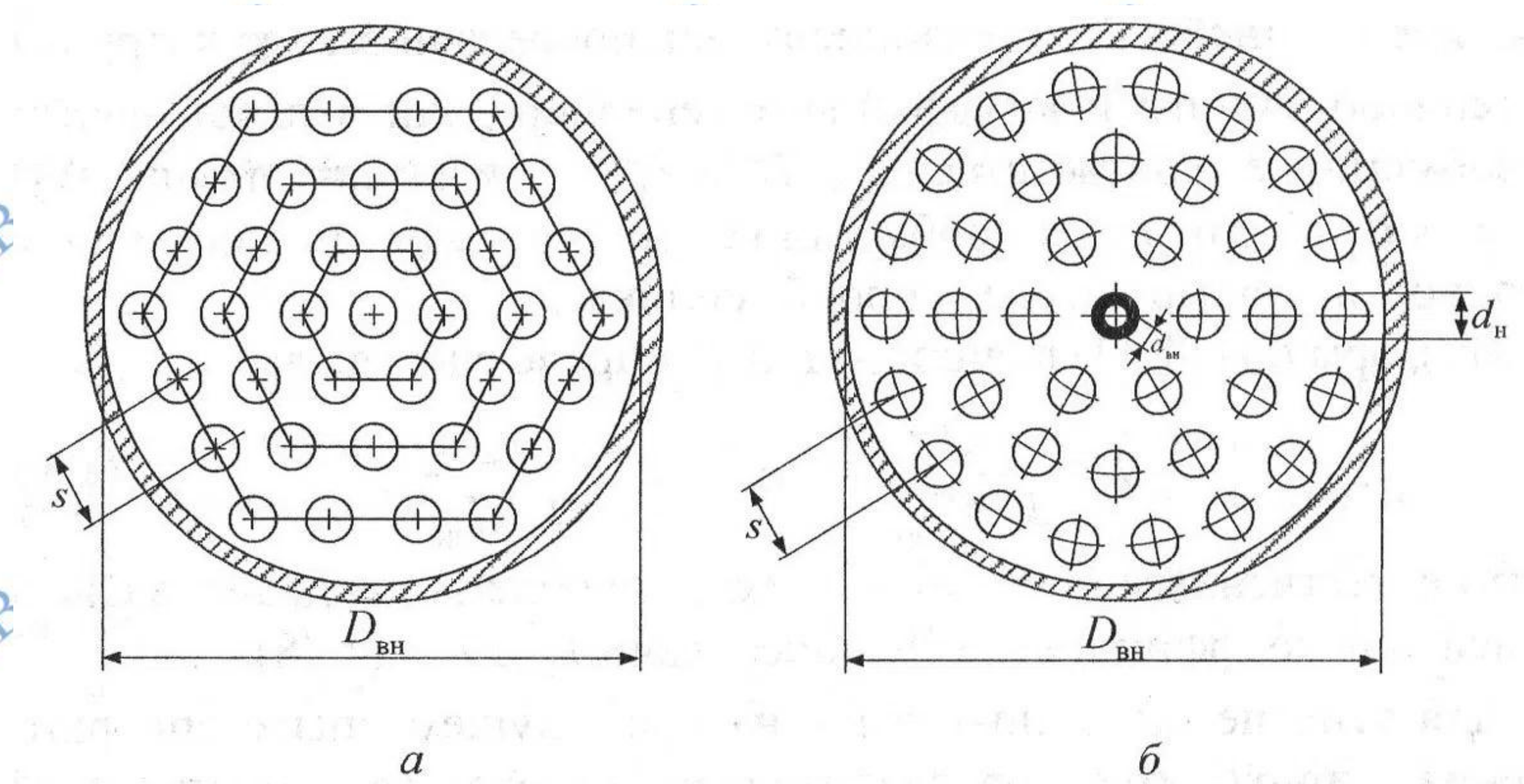
А если поток имеет некруглое сечение, а, например, кольцевое (теплообменник «труба в трубе»? Или межтрубное пространство кожухотрубчатого теплообменника?



Теплообменник «труба в трубе»



Кожухотрубчатый теплообменник



Межтрубное пространство кожухотрубчатого теплообменника

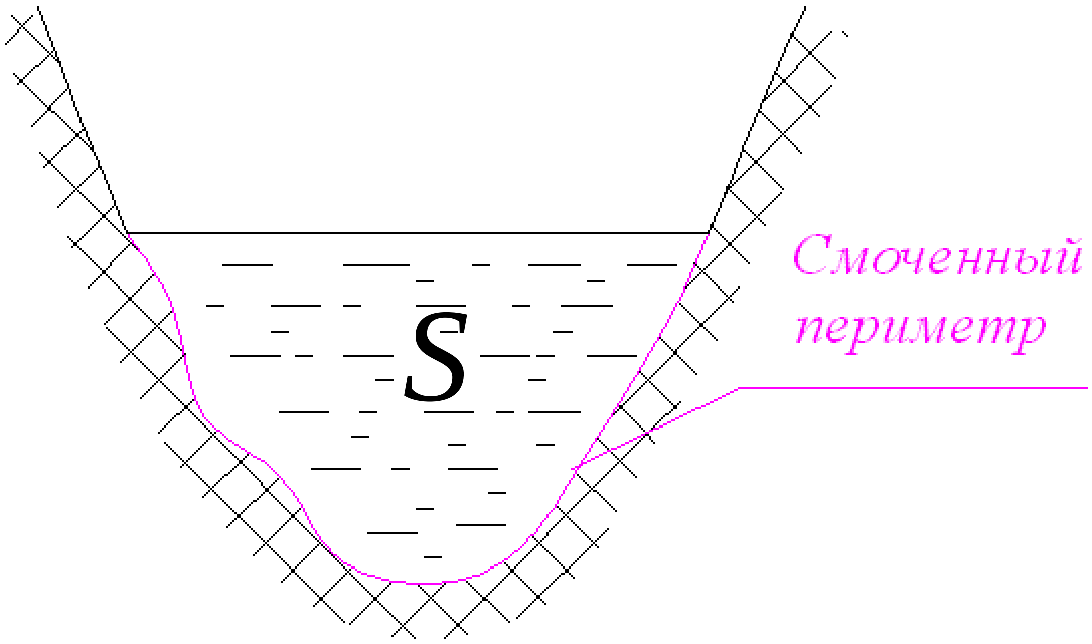
Какой же размер подставлять в критерий Ренольдса для таких сечений?

Для потоков некруглого сечения вводятся понятия гидравлического радиуса и **эквивалентного диаметра**.

Гидравлический радиус ввели для характеристики потока реки. Он равен отношению поперечного сечения потока S к смоченному периметру П.

Что такое смоченный периметр?

Это длина границы дна, касающаяся жидкости. Или: часть периметра живого сечения, ограниченное твердыми стенками.



$$r_{\Gamma} = \frac{S}{\Pi}$$

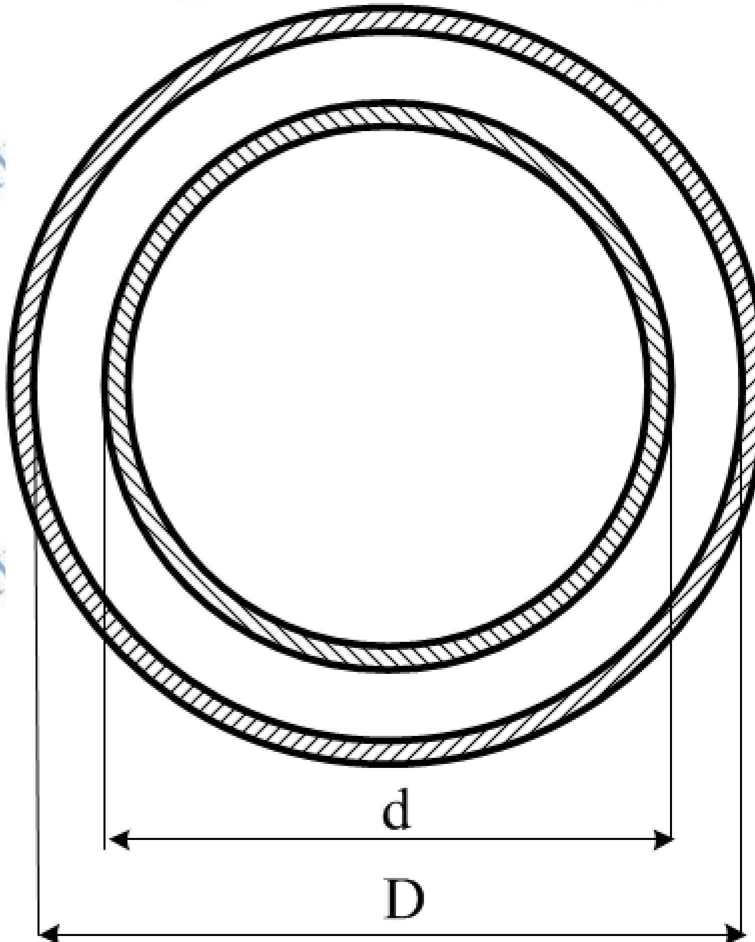
В гидродинамике чаще применяется эквивалентный диаметр

Эквивалентный диаметр равен отношению учетверённой площади живого сечения потока к смоченному периметру

$$\boxed{d_э = \frac{4S}{П}}$$

Эквивалентный диаметр различных профилей

Труба в трубе



Площадь сечения потока равна

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$$

Смоченный периметр. Жидкость смачивает две окружности. Их суммарная длина

$$\Pi = \pi D + \pi d = \pi\left(D + d\right)$$

Эквивалентный диаметр

$$\boxed{d_э = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4\pi\left(D^2 - d^2\right)}{4\pi\left(D + d\right)} = \frac{\left(D + d\right)\left(D - d\right)}{D + d} = D - d}$$

Межтрубное пространство кожухотрубчатого теплообменника.

Внутренний диаметр кожуха D.

Наружный диаметр одной трубки d.

Число трубок n.

Площадь сечения межтрубного пространства

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - n\frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - nd^2\right)$$

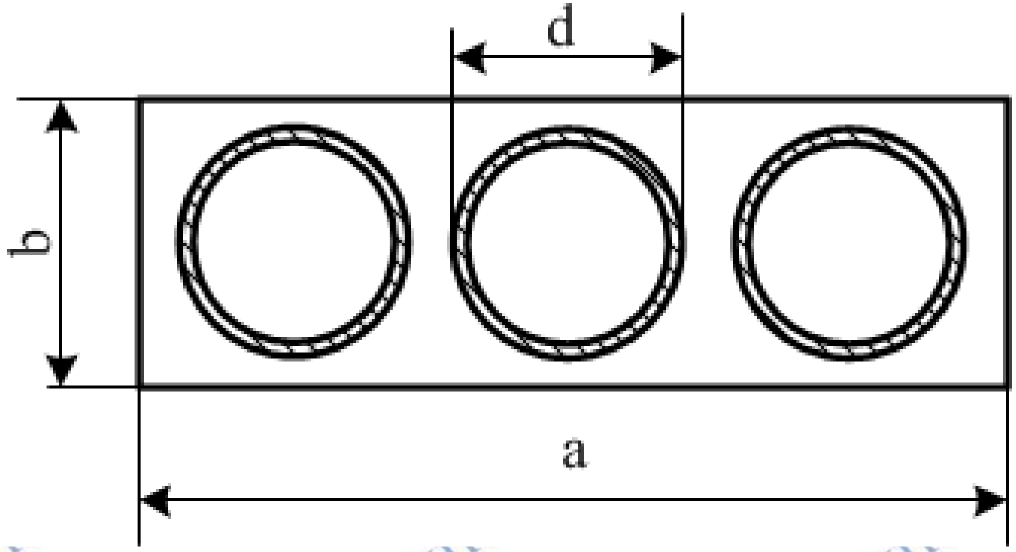
Смоченный периметр

$$\Pi = \pi D + n\pi d = \pi\left(D + nd\right)$$

Эквивалентный диаметр

$$\boxed{d_\text{э} = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4\pi\left(D^2 - nd^2\right)}{4\pi\left(D + nd\right)} = \frac{D^2 - nd^2}{D + nd}}$$

Так можно рассчитать эквивалентный диаметр любого профиля, например, такого



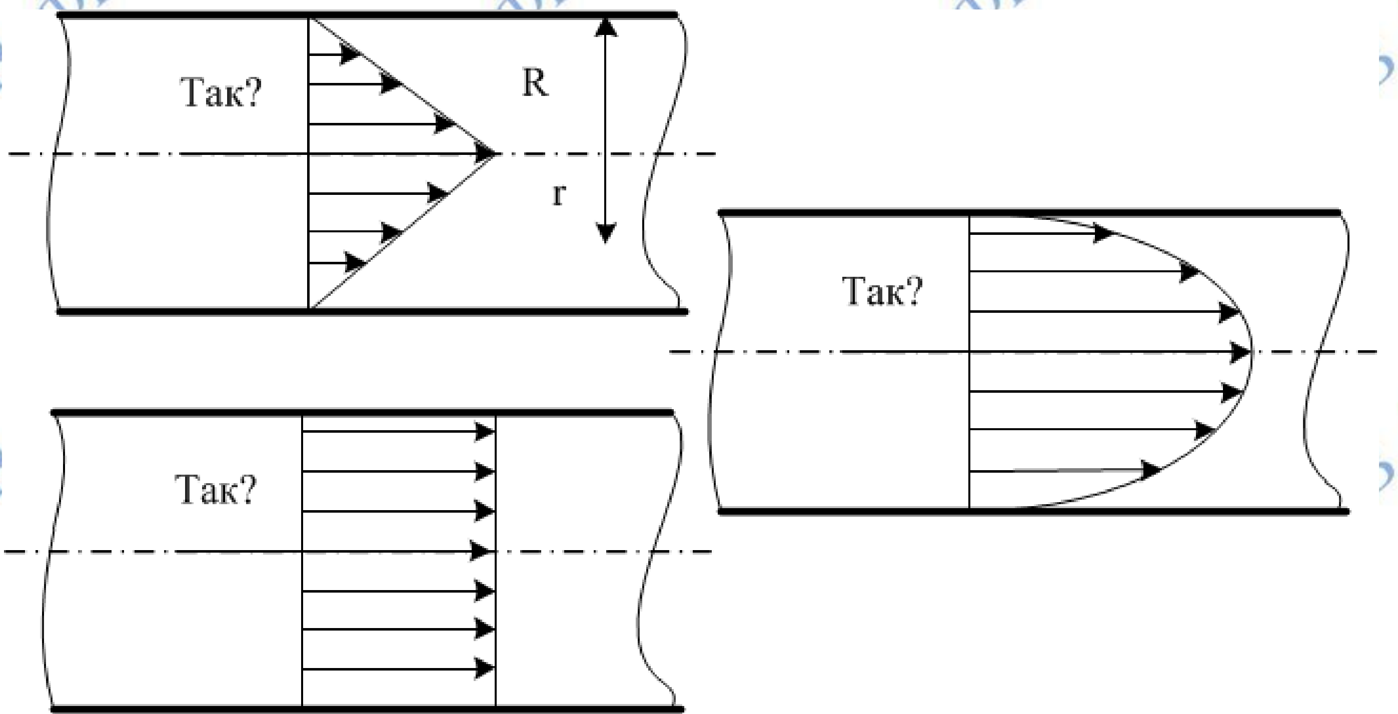
Решить самостоятельно

Таким образом, для расчёта критерия Рейнольдса для потоков некруглого сечения расчётная формула приобретает вид

$$\boxed{Re = \frac{w d_э \rho}{\mu}}$$

Распределение скорости по сечению потока при ламинарном течении

Важно установить, как изменяется скорость потока в разных местах от его оси.



И ещё важно установить - а как влияет разность давлений ΔP, которая является движущей силой перемещения потока.

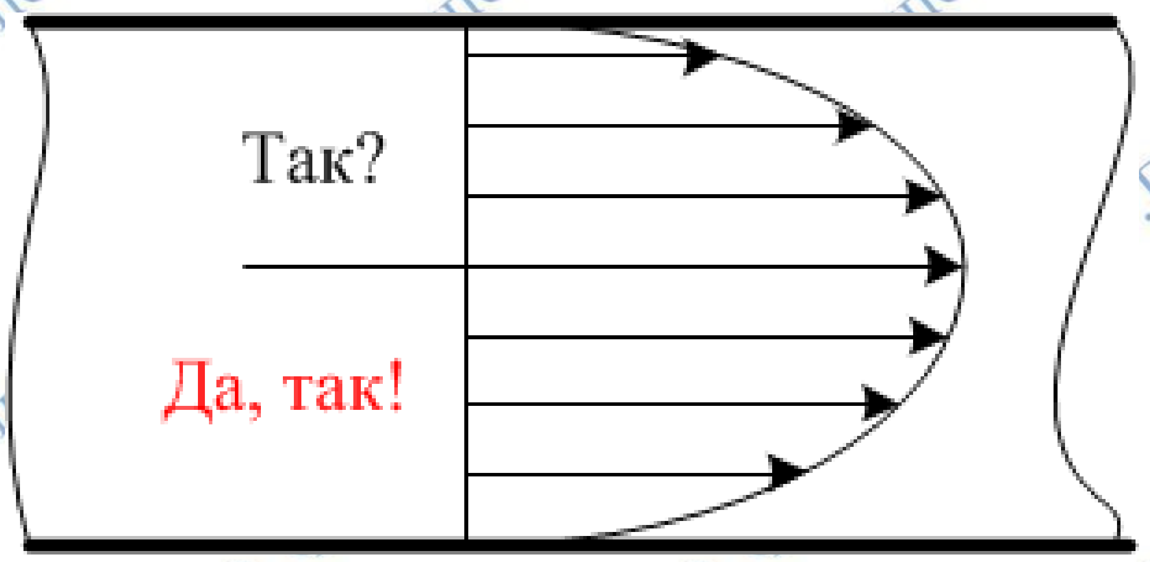
Ответ на этот вопрос в 1851 году дал английский учёный, профессор Кембриджского университета сэр Джордж Габриель **Стокс**. Он сформулировал закон, который получил название параболического закона Стокса. Запись этого закона выглядит так

$$w_r = \frac{\Delta P}{4\mu l}\left(R^2 - r^2\right)$$

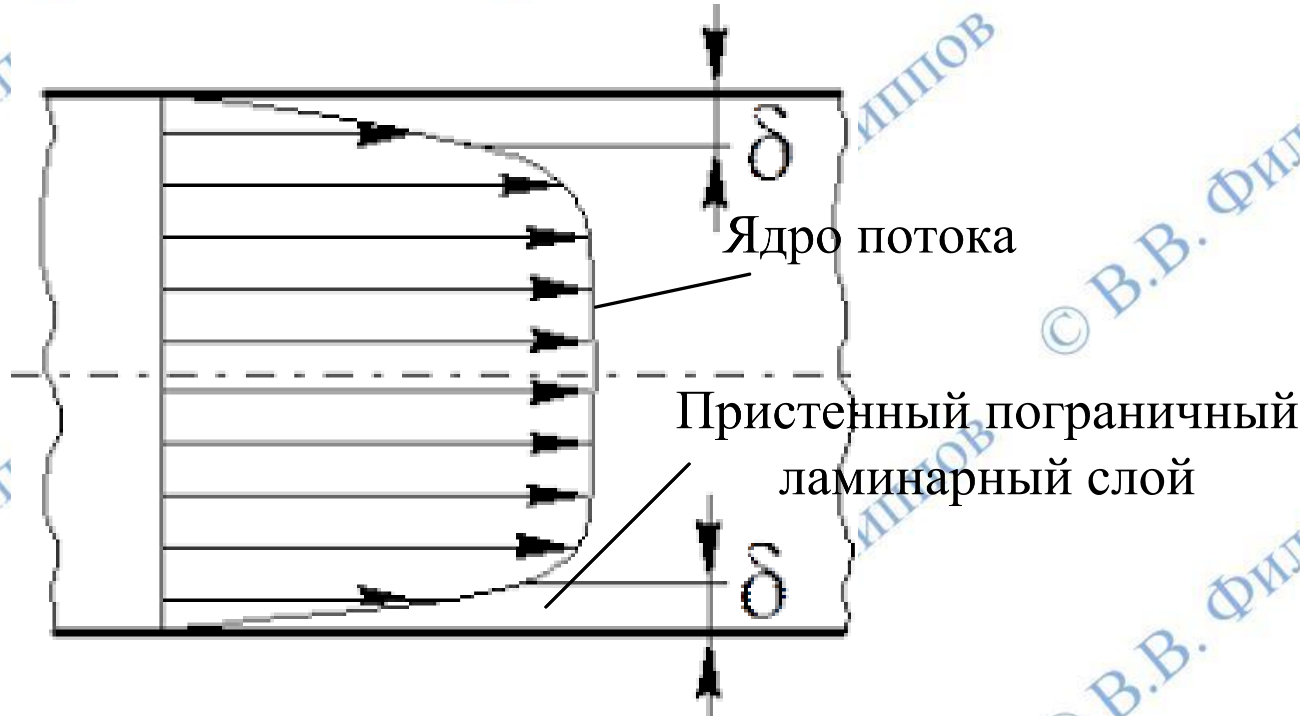
$$w_r = w_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

l – длина трубопровода, R – его радиус, r – текущее значение радиуса.

Получается, что скорость по сечению **ламинарного** потока изменяется **по параболе**.



Следует помнить, что полученный результат применим только для **ламинарного режима** движения. Для турбулентного режима движения картина сложнее.



В структуре турбулентного потока различают:

- ядро потока, движущееся с постоянной скоростью,
- пристенный пограничный ламинарный вязкий слой.

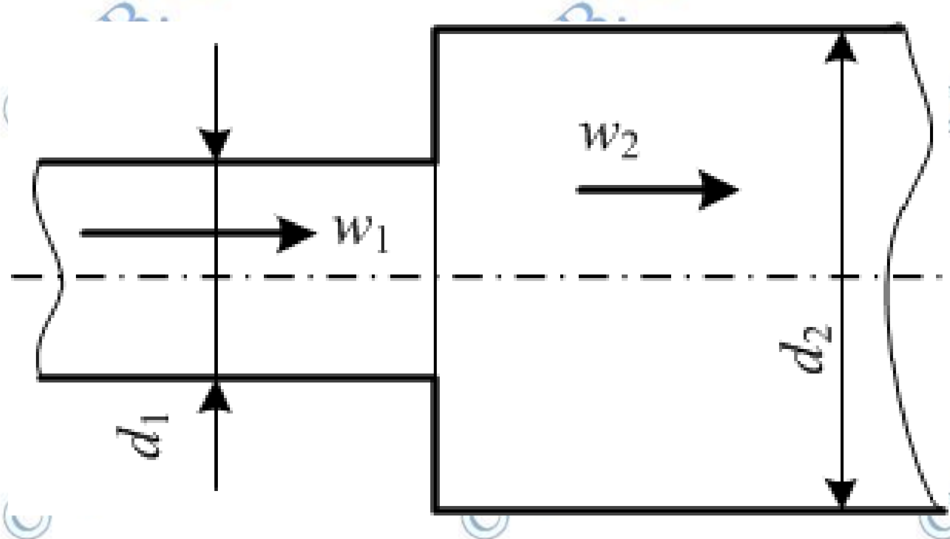
Следующий интересный вопрос – установить связь объёмного расхода с длиной трубопровода l, его диаметром d, движущей силой ΔP и вязкостью перекачиваемой жидкости μ.

Эту связь устанавливает уравнение Пуазейля

$$V = \frac{\Delta P \pi d^4}{128 \mu l}$$

Материальный баланс потока

Есть трубопровод переменного сечения с переходом диаметра d_1 на диаметр d_2.



Понятно, что скорость w_1 будет больше скорости w_2. А на сколько?

И что будет с объёмным и массовым расходами? Они будут изменяться при изменении диаметра или останутся постоянными?

Ответы на эти вопросы даёт уравнение материального баланса потока:

Массовый расход жидкости или газа в любом сечении потока есть величина постоянная.

Это частный случай всеобщего закона сохранения массы.

Математически материальный баланс записывается так

$$\boxed{G_1 = G_2 = ... = const}$$

Это уравнение можно записать иначе

$$\boxed{V_1\rho_1 = V_2\rho_2 = ... = const}$$

Можно ли сократить плотность ρ? Можно, если:

1. движется капельная жидкость. А у капельных жидкостей плотность хоть и зависит от температуры, но не очень сильно – в пределах трубопровода этим изменением можно пренебречь.

2. движется изотермический поток газа.

Если хоть одно из этих условий выполняется, то

$$\boxed{w_1 S_1 = w_2 S_2 = ... = const}$$

Для потока круглого сечения можно записать

$$w_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = w_2 \frac{\pi d_2^2}{4}$$

Связь скорости с диаметром будет такой

$$\boxed{\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2}$$

Отсюда вывод: при увеличении диаметра в два раза скорость……….что делает?

Энергетический баланс потока

Мы только что установили, что для потока жидкости справедлив всеобщий закон сохранения массы в форме материального баланса.

Очевидно, что и энергетический баланс должен соблюдаться.

Понятие идеальной жидкости

На движущуюся жидкость действуют следующие силы:

1. сила тяжести;

2. сила инерции;

3. сила давления;

4. **сила вязкости.**

Получили четыре силы, действующие на движущуюся жидкость. Слишком много. Надо бы одну силу убрать. С этой целью вводится понятие **идеальной жидкости**.

Идеальная жидкость отличается от реальной тем, что:

1. абсолютно несжимаема, т.е. не изменяет объём при изменении давления

$$\frac{dV}{dP} = 0$$

2. не изменяет плотности при изменении температуры, т.е.

$$\frac{dV}{dT} = 0$$

3 и самое главное

не имеет силы вязкости!

$$\mu = 0$$

Понизив число переменных, т.е. избавившись от вязкости жидкости, уже упомянутый нами Леонард Эйлер получил для потока идеальной жидкости свою известную систему уравнений

Понизив число переменных, т.е. избавившись от вязкости жидкости, уже упомянутый нами Леонард Эйлер получил для потока идеальной жидкости свою известную систему уравнений

$$\left.\begin{aligned}
\rho\frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial x}\\
\rho\frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial y}\\
\rho\frac{dw_z}{d\tau} &= -\rho g-\frac{\partial P}{\partial z}
\end{aligned}\right\}$$

Уравнение Бернулли
Энергетический баланс потока

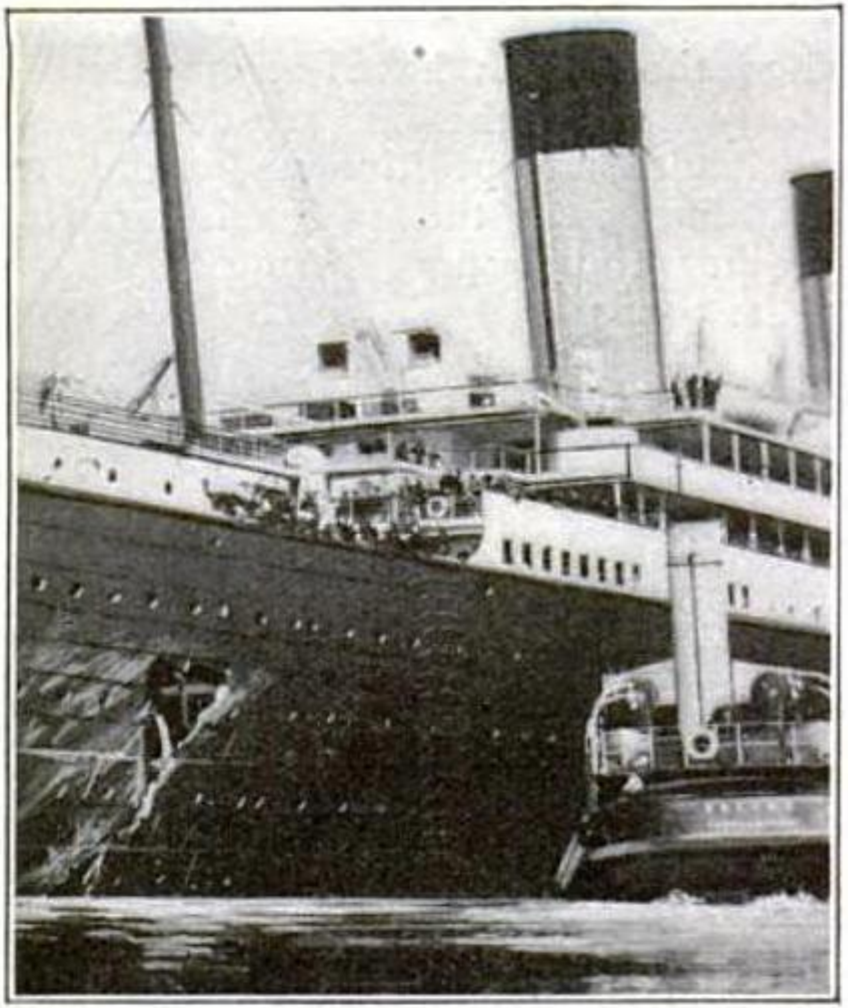
Семейство швейцарских учёных подарило миру три имени, которые вошли в анналы науки: Якоб Бернулли, Иоганн Бернулли и его сын **Даниил Бернулли**, который родился в далёком от нас 1738 году.

Немного истории

В начале XX века в Великобритании было построено три одинаковых лайнера: Олимпик, Титаник, Британик.

20 сентября 1911 года первый из них – Олимпик – столкнулся с военным крейсером Хоук.

Результат столкновения



The Hole in the "Olympic," the Damage Below the Waterline being Much Greater Than That Above

The Bow of the "Hawke," the Damage being so Great That the Ram Has Been Mashed Flat

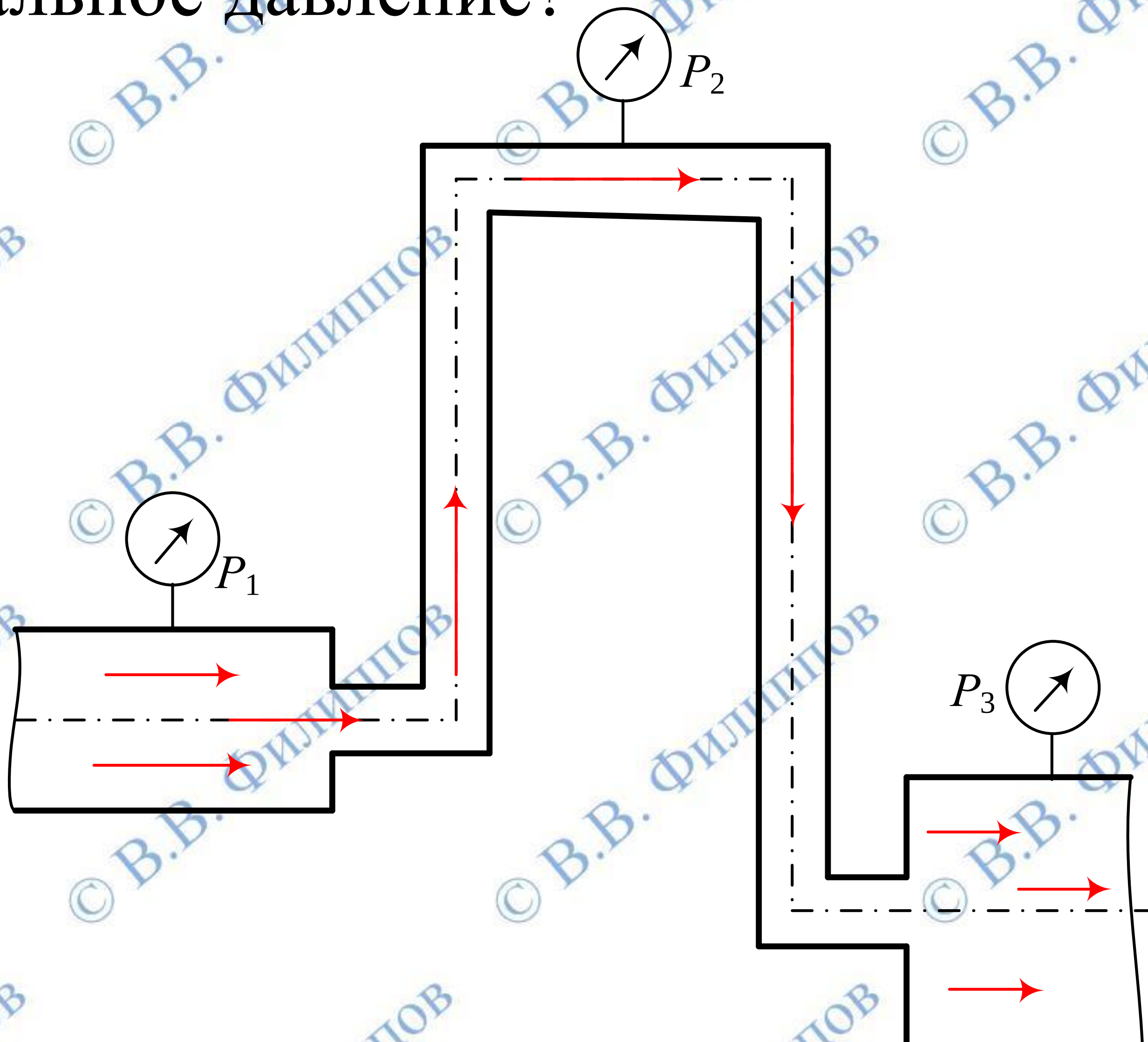
Жертв не было. «Олимпик» и «Хоук» вскоре вышли в море, но инцидент на этом не кончился, а превратился в скандальное судебное дело. Виновным был признан капитан Олимпика. Хотя «виновато» было **уравнение Бернулли**. Корабли притянуло друг к другу из-за уменьшения давления воды между ними.

11 февраля 2018 г., через 107 лет после аварии с Олимпиком, в Подмосковье потерпел крушение самолёт Ан-148. Возможная причина катастрофы – отказ датчиков скорости. А их работа основана на использовании **уравнения Бернулли**.

Даниил Бернулли

29 января 1700–17 марта 1782 – швейцарский физик-универсал, механик и математик

Какой из трёх манометров покажет максимальное давление?



Ответ на этот вопрос даёт уравнение Бернулли. Но сначала его нужно получить. А выводится оно из системы дифференциальных уравнений Эйлера.

$$\left.\begin{aligned}
\rho \frac{dw_x}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial x} \\
\rho \frac{dw_y}{d\tau} &= -\frac{\partial P}{\partial y} \\
\rho \frac{dw_z}{d\tau} &= -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z}
\end{aligned}\right\}$$

Теперь каждое из этих трёх уравнений разделим на плотность жидкости ρ и, кроме того, первое уравнение раздели на *dx*, второе на *dy*, а третье на *dz*. Получим

$$\frac{dx}{d\tau}dw_x = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}dx;$$

$$\frac{dy}{d\tau}dw_y = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}dy;$$

$$\frac{dz}{d\tau}dw_z = -gdz - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}dz$$

Нетрудно убедиться, что

$$\frac{dx}{d\tau} = w_x,$$

$$\frac{dy}{d\tau} = w_y,$$

$$\frac{dz}{d\tau} = w_z.$$

Теперь сложим эти три уравнения и начнём упрощать полученную сумму

$$w_x dw_x + w_y dw_y + w_z dw_z = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{\partial P}{\partial z}dz\right) - gdz$$

Если вспомнить табличные дифференциалы, то получим следующее

$$w_x dw_x = d\left(\frac{w_x^2}{2}\right)$$

$$w_y dw_y = d\left(\frac{w_y^2}{2}\right)$$

$$w_z dw_z = d\left(\frac{w_z^2}{2}\right)$$

Но это не всё. Сумма дифференциалов равна дифференциалу суммы. Поэтому

$$d\left(\frac{w_x^2}{2}\right)+d\left(\frac{w_y^2}{2}\right)+d\left(\frac{w_z^2}{2}\right)=d\left(\frac{w_x^2+w_y^2+w_z^2}{2}\right)=d\left(\frac{w^2}{2}\right)$$

Продолжим преобразования и займёмся теперь правой частью уравнения.

$$\frac{\partial P}{\partial x}dx+\frac{\partial P}{\partial y}dy+\frac{\partial P}{\partial z}dz=dP$$

С учётом этого сумма трёх уравнений примет такой вид

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -gdz - \frac{dP}{\rho}$$

Перенесём все слагаемые в левую часть, разделим на g и внесём постоянную величину ρ по знак дифференциала

$$dz + d\left(\frac{P}{\rho g}\right) + d\left(\frac{w^2}{2g}\right) = 0$$

Сумма дифференциалов равна дифференциалу суммы

$$dz + d\left(\frac{P}{\rho g}\right) + d\left(\frac{w^2}{2g}\right) = d\left(z + \frac{P}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0$$

Дифференциал равен нулю, если дифференцируемое выражение есть величина постоянная

Получили уравнение Бернулли

$$\boxed{z + \frac{P}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = const}$$

Для двух произвольных сечений потока идеальной жидкости оно имеет вид

$$\boxed{z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}}$$

Слагаемые уравнения Бернулли

С двумя слагаемыми мы познакомились в **основном уравнении гидростатики**

$$\boxed{z + \frac{P}{\rho g} = const}$$

z – геометрический напор, измеряется в метрах столба жидкости;

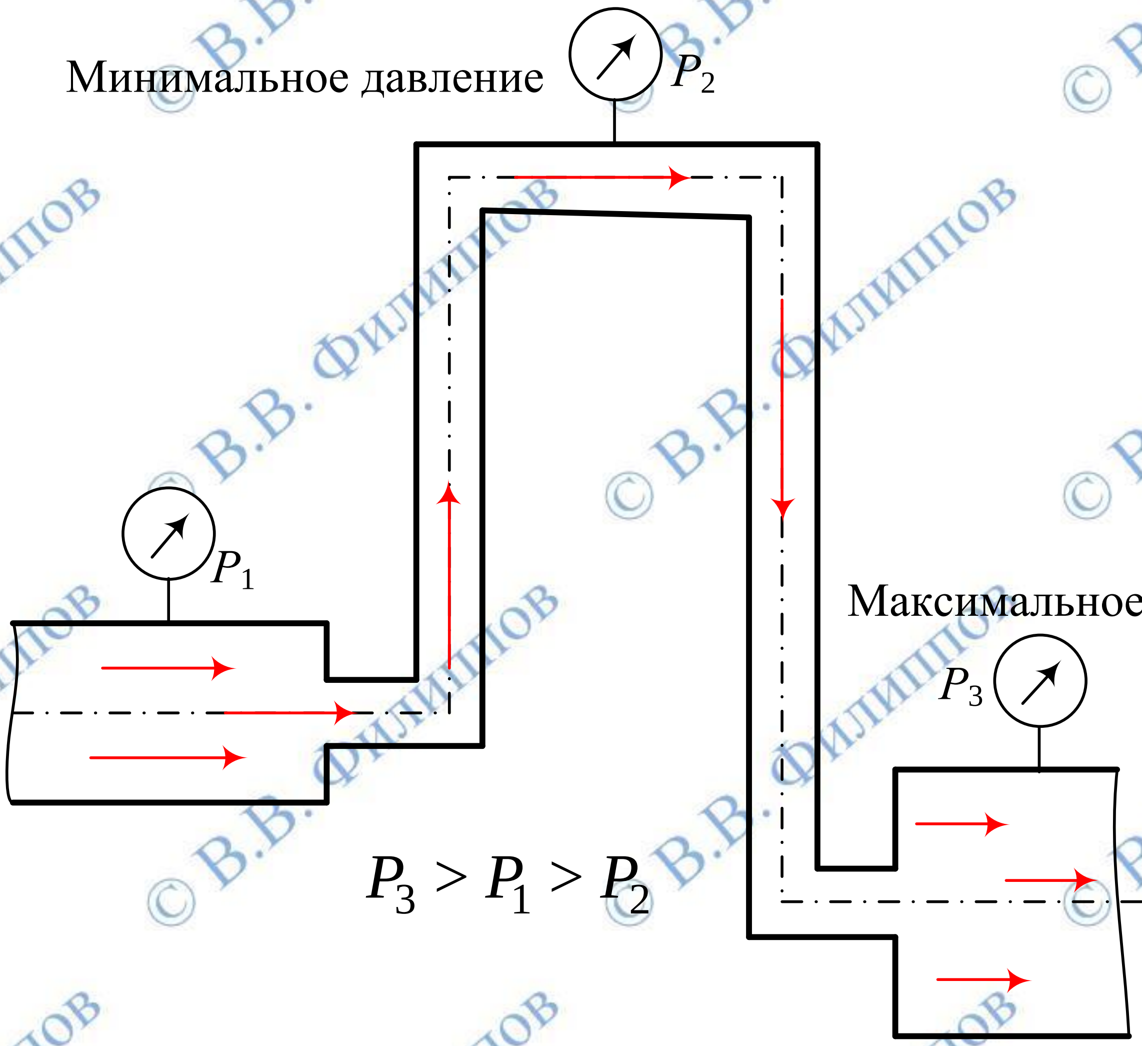
$\frac{P}{\rho g}$ – статический напор, м

Теперь появилось третье слагаемое – **скоростной напор $w^2/2g$**. Его размерность – тоже метры.

Уравнение Бернулли можно сформулировать так

В любом сечении потока идеальной жидкости сумма геометрического, статического и скоростного напоров есть величина постоянная.

Теперь можем дать ответ на вопрос о давлениях в трубопроводе



$$P_3 > P_1 > P_2$$

Энергетический смысл уравнения Бернулли

С энергетическим смыслом двух слагаемых мы познакомились при изучении основного уравнения гидростатики:

Геометрический напор z показывает **удельную потенциальную энергию положения** данной точки над выбранной плоскостью отсчёта.

Статический напор показывает **удельную потенциальную энергию давления** в данной точке.

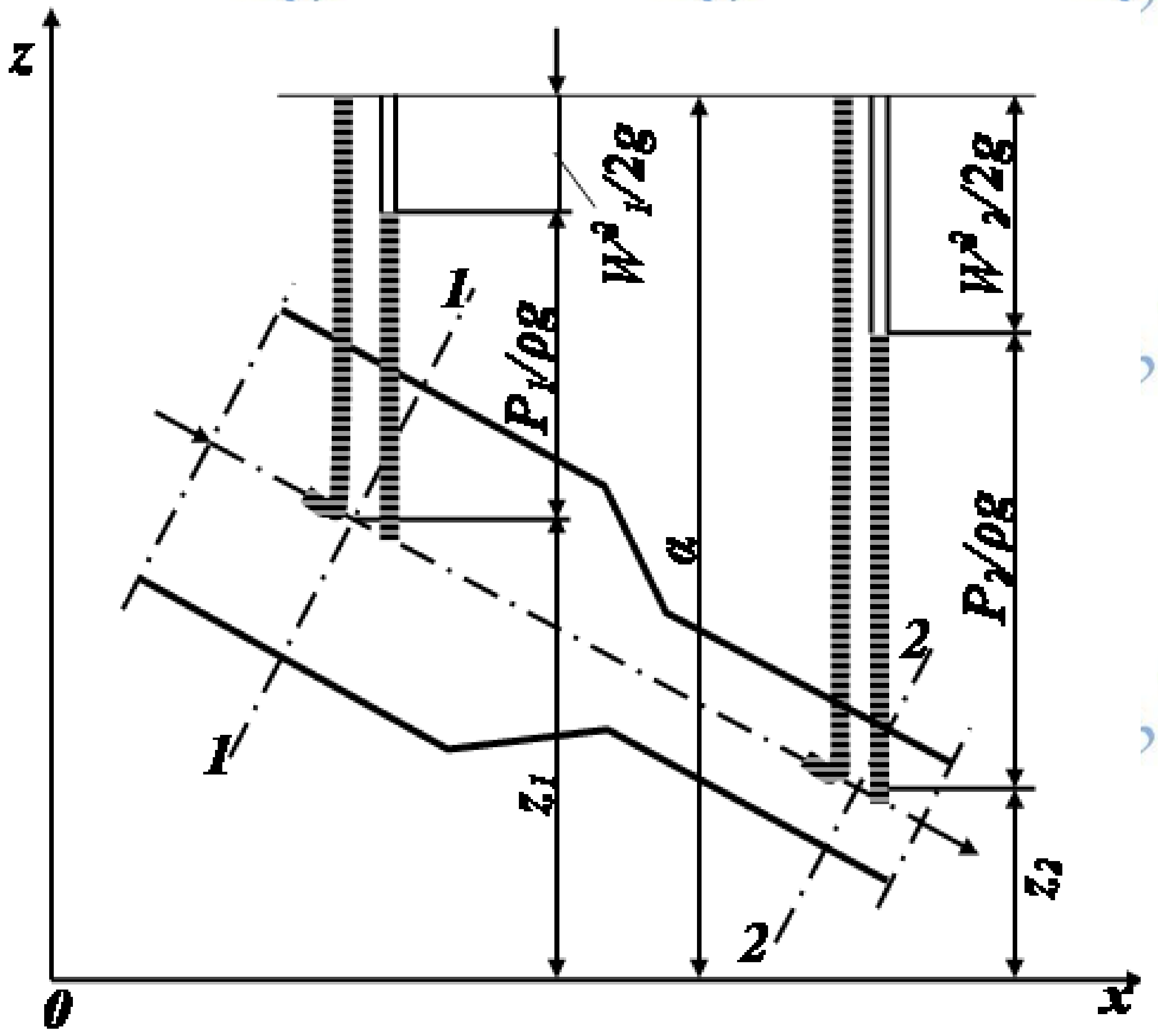
Третье слагаемое – скоростной напор – показывает удельную кинетическую энергию в данной точке потока идеальной жидкости.

$$\frac{w^2}{2g} - \textit{удельная кинетическая энергия.}$$

Таким образом, уравнение Бернулли является частным случаем всеобщего закона сохранения энергии в потоке идеальной жидкости. И вторая формулировка будет такой:

В любом сечении потока идеальной жидкости сумма потенциальной и кинетической энергий есть величина постоянная.

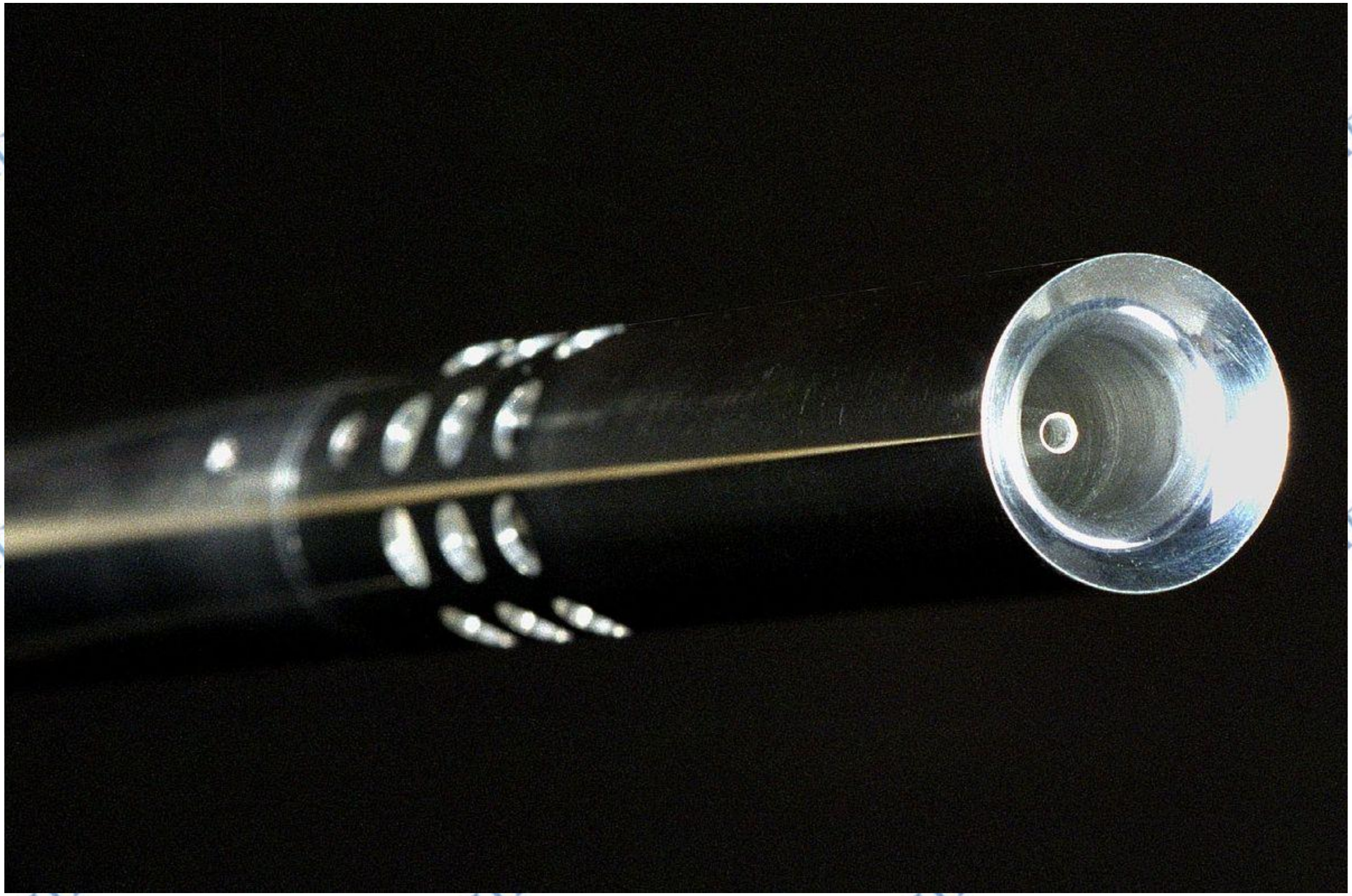
Иллюстрация уравнения Бернулли



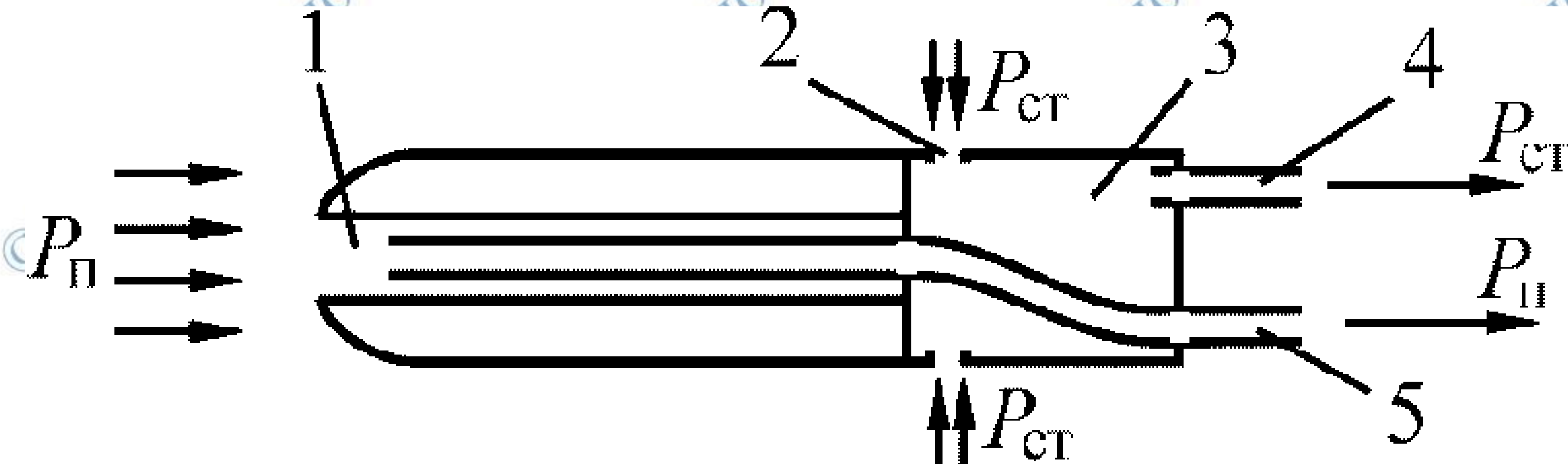
Практическое использование уравнения Бернулли

Принцип работы крыла самолёта

Измерение скорости потока с помощью трубки Пито (приёмник полного давления)

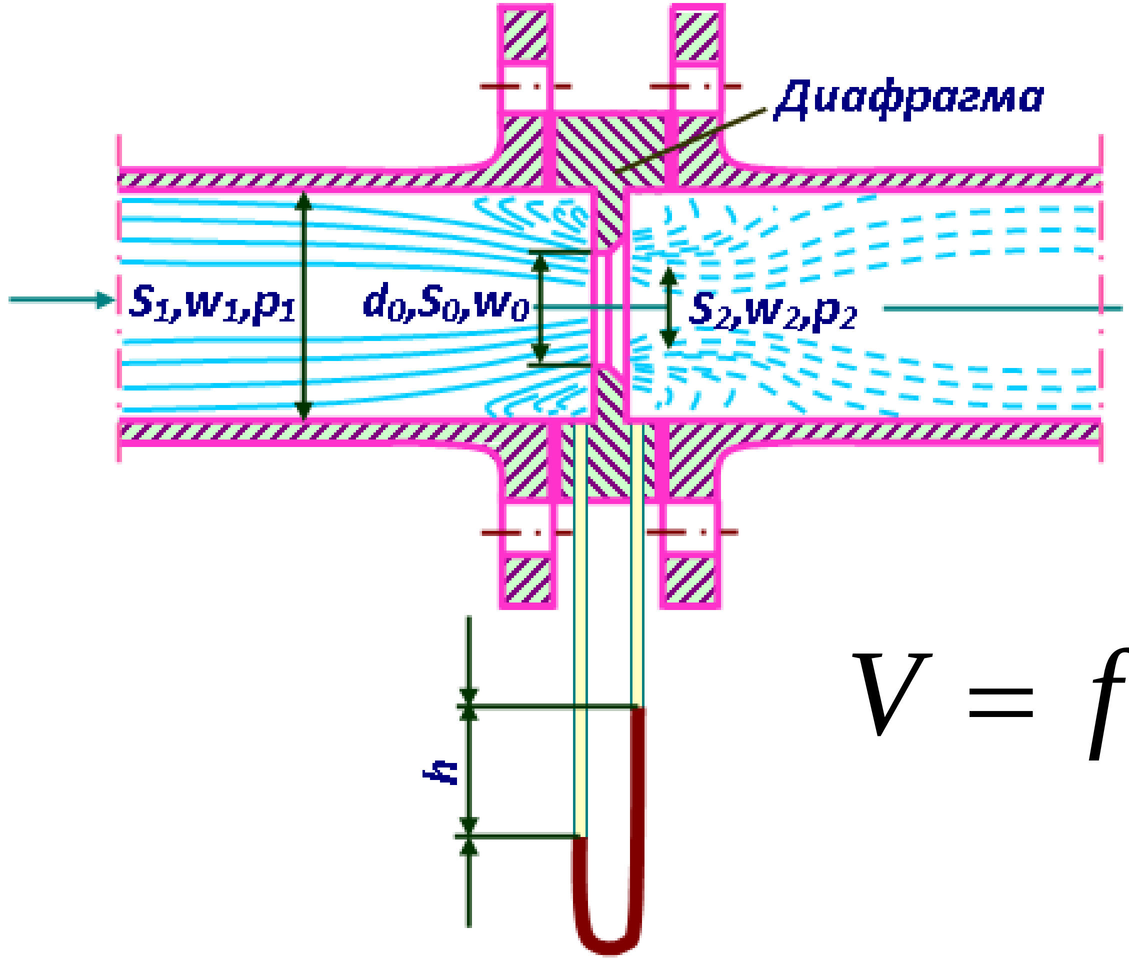


Принцип работы приёмника полного давления (трубки Пито)



$$P_{п} - P_{ст} \rightarrow \Delta P \rightarrow w$$

Измерение расхода потока с помощью мерной диафрагмы



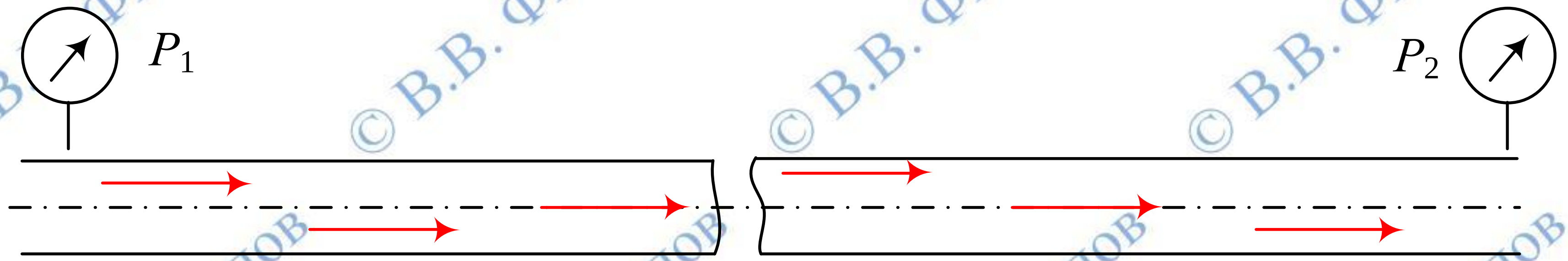
$$V = f(h)$$

Ограничение уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли получено из системы дифференциальных уравнений движения Эйлера. А при выводе этой системы не учтена сила вязкости. Поэтому уравнение Бернулли применимо только для потока **идеальной жидкости.**

Горизонтальный трубопровод постоянного сечения

$$z_1 = z_2\,, w_1 = w_2$$



По уравнению Бернулли получается, что $P_1 = P_2$

$$\boxed{\Delta P = P_1 - P_2 - \textit{потеря энергии}!}$$