Передача теплоты теплопроводностью

Закон Фурье. Коэффициент теплопроводности.

Теплопроводность – это передача теплоты за счёт хаотического движения микрочастиц тела (свободные электроны, атомы, молекулы).

Количественно способность вещества проводить теплоту характеризуется **коэффициентом теплопроводности** λ.

Если одновременно измерить температуру во всех точках какого-либо объёма, по получим **температурное поле**.

Если в этом поле соединить точки с одинаковым значением температуры, то получим **изотермы**.

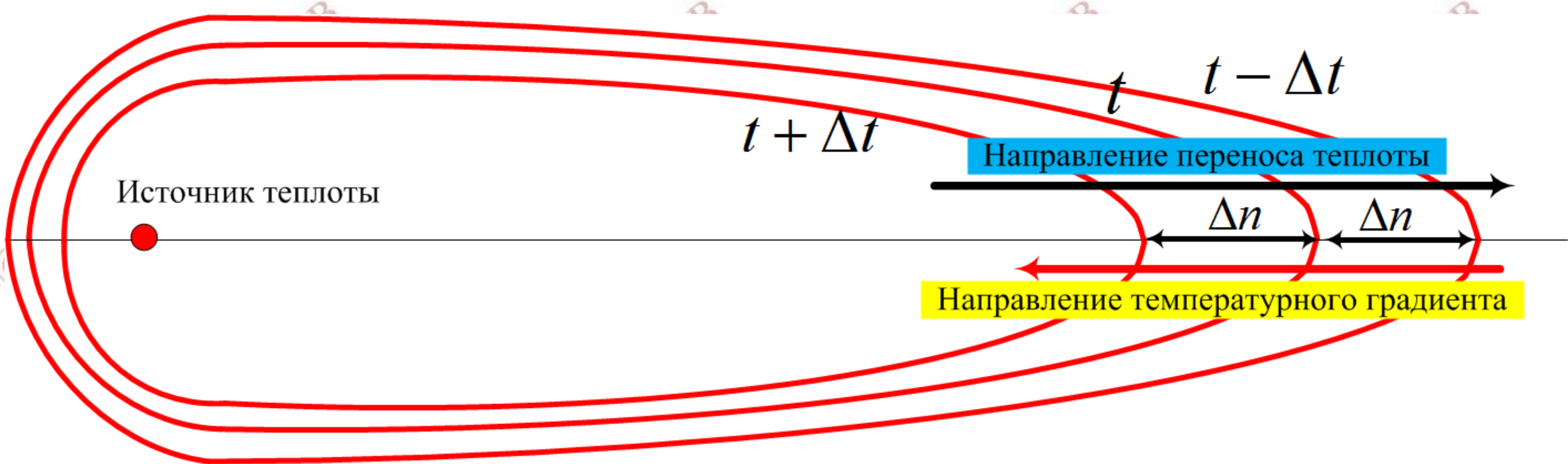
Изотермы замкнуты?

Изотермы могут пересекаться?

Скорость изменения температуры по нормали к изотерме характеризует **температурный градиент**.

Выберем три изотермы t, $t+\Delta t$, $t-\Delta t$, находящиеся на расстоянии Δn друг от друга.

$$lim \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}.$$



$$\lim \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}.$$

Градиент – векторная величина. Он направлен к источнику теплоты. А теплота уходит от источника. Т.е. их направления противоположные.

Впервые связь величины градиента температуры, площади поверхности теплопередачи и времени установил примерно в 1803 году французский учёный Жан-Батист Жозеф Фурье

Он сформулировал закон теплопроводности, получивший впоследствии его имя.

Закон теплопроводности Фурье:

Количество теплоты dQ, передаваемое теплопроводностью, пропорционально градиенту температуры, времени dτ и площади dF

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau.$$

где λ – коэффициент теплопроводности, $\boxed{\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}}$

Знак минус в уравнении закона Фурье носит физический смысл: векторы градиента температуры и переноса теплоты противоположены.

Если процесс передачи теплоты установившийся, то время из числа переменных можно исключить. Тогда уравнение закона Фурье примет вид

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF.$$

В уравнении закона Фурье нас, химиков-технологов, интересует коэффициент теплопроводности λ.

Коэффициент теплопроводности λ зависит в первую очередь от природы вещества. Есть материалы, хорошо проводящие теплоту. А есть проводящие её плохо. Для нас представляют интерес как те, так и другие.

Из простого жизненного опыта мы знаем, что хорошо проводят теплоту металлы, в первую очередь цветные.

Значения коэффициента теплопроводности некоторых веществ

Вещество	Коэффициент теплопроводности λ, Вт(м×К)
Графен	~5000
Алмаз	1000 – 2600
Графит	278,4 – 2435
Серебро	430
Медь	400
Алюминий	202 – 236
Сталь обычная (чёрная)	**46,5** (это значение закладываем в расчёты)
Сталь легированная («нержавейка»)	**15 – 17,5**
Стекло	1,0
Древесина	0,15
Газобетон	0,1 – 0,3
Пенопласт, стекловата	0,029 – 0,052
Воздух	**0,022**
Вода	0,6
Органические [illegible]	~ 0,12 – 0,22

А плохо проводят теплоту газы. Поэтому в качестве теплоизоляторов используются пористые вещества:

- пенополиуретан (поролон);
- пенополистирол (пенопласт);
- стекловата, стекловолокно;
- базальтовое волокно;
- вспененный полиэтилен;
- шерсть (в качестве тёплой одежды).

По нормам проектирования наружная поверхность любого аппарата не должна превышать 60 °C. Это делается в первую очередь для защиты персонала от термических ожогов. Поэтому все аппараты обязательно теплоизолируются. Толщина тепловой изоляции находится расчётом (рассмотрим далее).

Так выглядят теплоизоляторы

А можно ли вообще избавиться от теплопроводности?

Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье

Как изменяется температура в твёрдом теле?

Ответ на этот вопрос даёт дифференциальное уравнение теплопроводности. Для его вывода составляется тепловой баланс элементарного параллелепипеда объёмом

$$dV = dxdydz.$$

В результате получается уравнение

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right),$$

Это и есть дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье.

Дробь $\dfrac{\lambda}{c\rho}$ называют **коэффициентом температуропроводности** и обозначают

$$\boxed{\frac{\lambda}{c\rho} \equiv a}$$

Этот очень важный для нас коэффициент имеет размерность $\boxed{\dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}}$

Какой ещё из известных нам коэффициентов имеет такую же размерность? О чём это свидетельствует?

Левое слагаемое в приведённом уравнении

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right),$$

Показывает изменение температуры во времени.

Если процесс установившийся (а таких процессов в химической технологии большинство!), то можно записать

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

Тогда остаётся вот что

$$a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = 0.$$

Коэффициент температуропроводности *a* не может быть равен 0 – это свойство вещества. Следовательно

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0$$

Сумма вторых частных производных какой-либо величины по координатным осям называется **оператором Лапласа** (лапласиан)

Тогда уравнение для передачи теплоты теплопроводностью записывается так

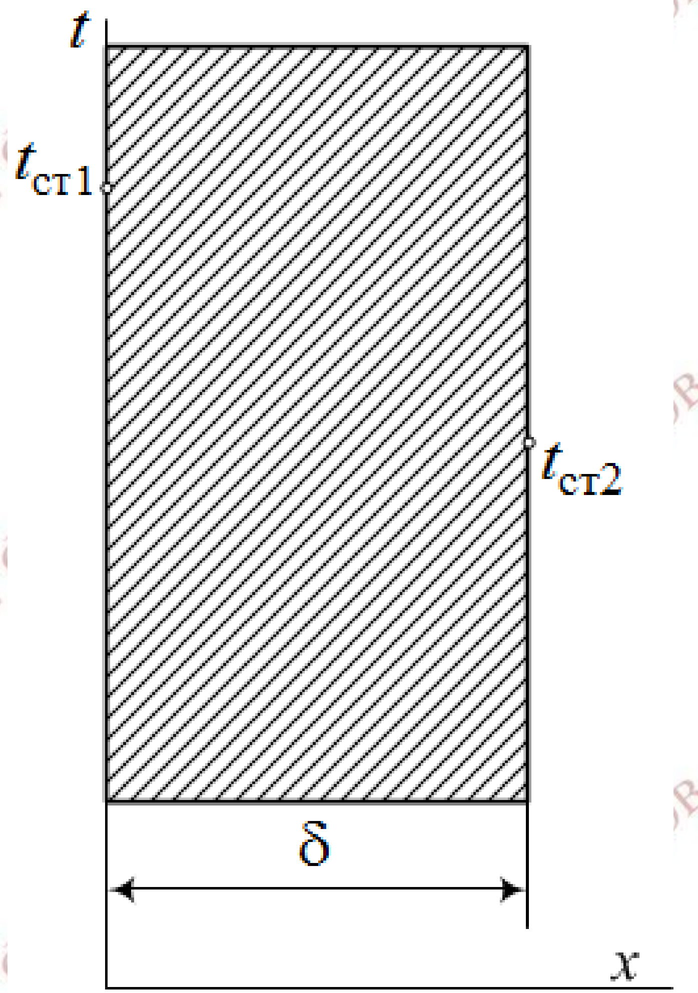
$$\nabla^2 t = 0.$$

Из всего сказанного нам нужно запомнить новую величину – коэффициент температуропроводности a.

Теплопроводность плоской стенки

Плоской называется стенка, длина и ширина которой во много раз больше её толщины. Т.е. стенка считается одномерной и температура в ней изменяется только по толщине δ.

Задача: найти тепловой поток Q, проходящий через плоскую стенку толщиной δ и коэффициентом теплопроводности λ.



Вопрос: как изменяется температура по толщине стенки? По какому закону?

Ответ на этот вопрос даст дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0$$

Раз стенка одномерная, то температура по осям *y* и *z* не меняется, т.е.

$$\frac{\partial t}{\partial y}=\frac{\partial t}{\partial z}=0.$$

Раз равны нуля первые производные температуры, то равны нулю и вторые. Тогда из дифференциального уравнения теплопроводности Фурье получаем

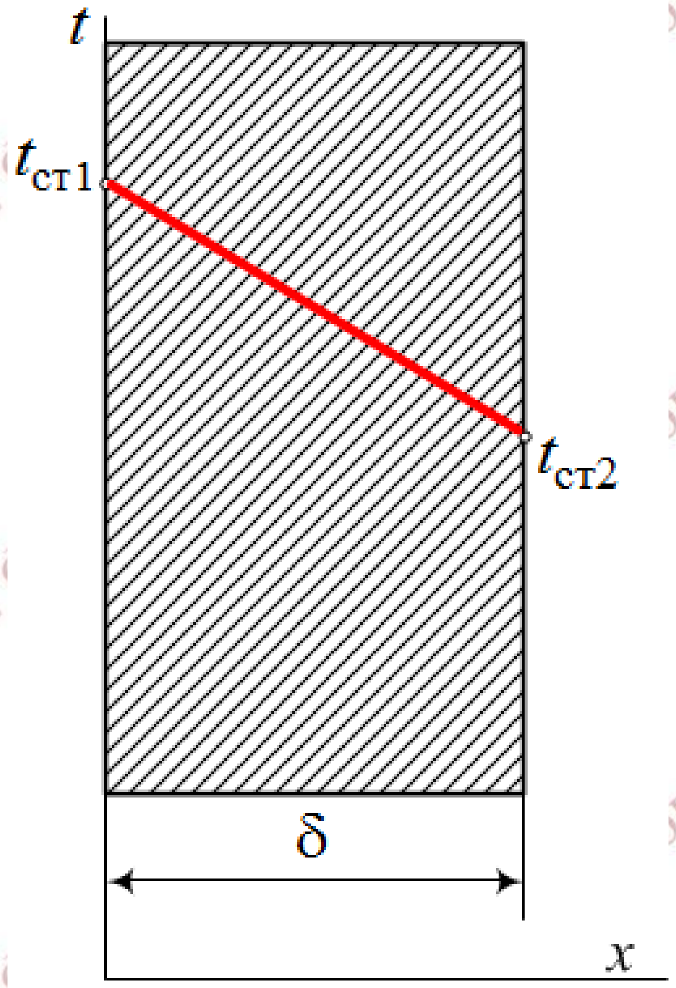
$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0.$$

Проинтегрируем дважды это уравнение. Получим

$$t = c_1 x + c_2$$

где c_1 и c_2 – константы первого и второго интегрирования.

Получили уравнение прямой, не проходящей через начало координат. Следовательно, температура по толщине стенки меняется по линейному закону



Теперь нужно найти значения констант интегрирования c_1 и c_2

Для этого рассмотрим граничные условия:

при $x = 0 \;\; t = t_{\text{ст}1} = c_2$

при $x = \delta \;\; t = t_{\text{ст}2}$ или $t_{\text{ст}2} = c_1\delta + t_{\text{ст}1}$

Тогда

$$c_1 = \frac{t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}}{\delta}.$$

Теперь наше уравнение примет вид

$$t = \frac{t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}}{\delta} x + t_{\text{ст}1}$$

Нам интересно узнать, сколько теплоты Q (Вт) уходит через плоскую стенку. А эта величина есть в уравнении закона теплопроводности Фурье

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF.$$

Но мы не знаем величину градиента температур $\dfrac{\partial t}{\partial n}$

Найдём этот градиент, для чего продифференцируем уравнение теплопроводности плоской стенки

$$t = \frac{t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}}{\delta} x + t_{\text{ст}1}$$

Так как тепловой поток в плоской стенке одномерный, то

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{dt}{dn} = \frac{t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}}{\delta}.$$

Теперь подставим полученное выражение в уравнение закона теплопроводности Фурье

$$dQ = -\lambda \frac{t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}}{\delta} dF = \lambda \frac{t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2}}{\delta} dF.$$

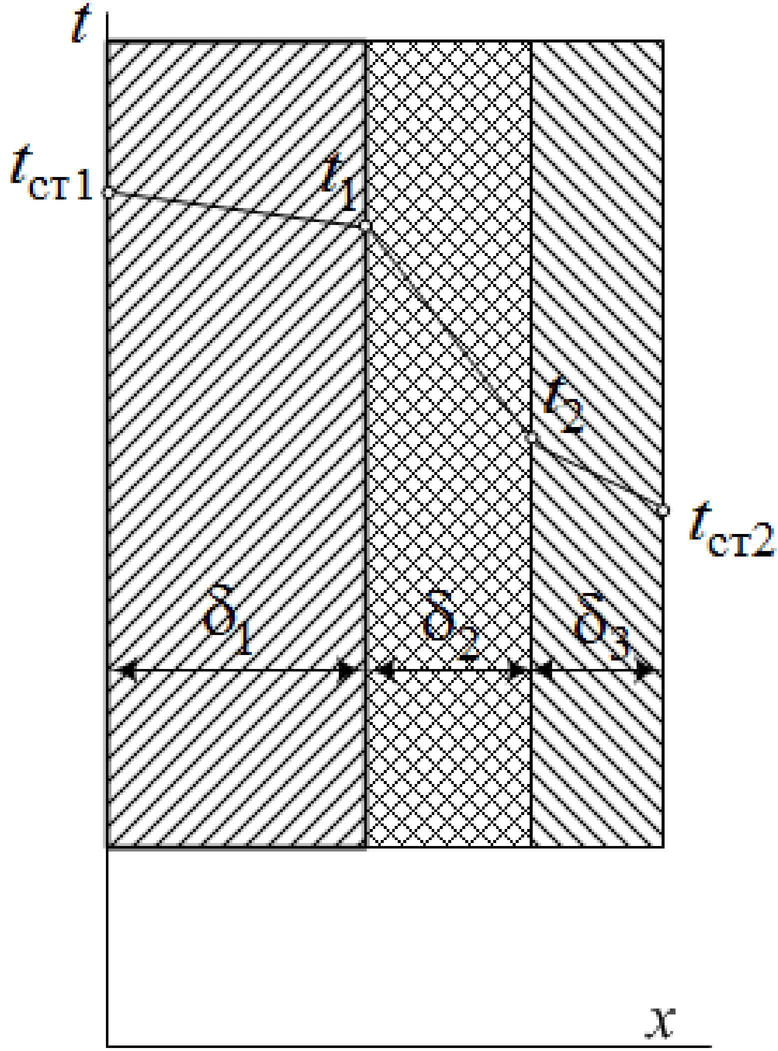
Осталось последнее уравнение проинтегрировать. Получим

$$\boxed{Q = \lambda \frac{t_{ст1} - t_{ст2}}{\delta} F \; (\text{Вт}).}$$

По этому уравнению можно рассчитать потери теплоты через плоскую стенку. Нужно знать её толщину δ, коэффициент теплопроводности материала λ и две температуры.

На практике часто используют так называемые **многослойные стенки**. Например, стальная труба, покрытая слоем изоляции, которая, в свою очередь, защищена от атмосферного воздействия рулонным защитным слоем (алюминий или пластик). Или стена дома из кирпича, покрытая теплоизоляцией и тоже защитным декоративным покрытием.

Как в этом случае найти тепловой поток Q?



Для ответа на этот вопрос нужно несколько раз, для каждого слоя, записать уравнение теплопроводности Фурье. В результате получим

$$\boxed{Q = \frac{t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2}}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{\lambda_3}} F,}$$

где λ_1, λ_2, λ_3 - коэффициенты теплопроводности материала слоёв.

End.