

## Задачи по гидравлике с решениями

### Задача 1

По трубопроводу диаметром 270×10 мм перекачивается вода с расходом 150 м<sup>3</sup>/час. Определить скорость воды в трубе и режим её движения.

#### Решение

Решение этой простой задачи основано на знании и умении применить *уравнение расхода*, которое для потока круглого сечения (**трубы!**) имеет вид

$$V = Sw = \frac{\pi d^2}{4} w; \quad (1)$$

Отсюда скорость воды в трубе будет равна

$$w = \frac{V}{S} = \frac{4V}{\pi d^2} = \frac{4 \times 150}{3600 \times 3,14 \times 0,25^2} = 0,85 \text{ м/с} \quad (2)$$

При подстановке чисел в формулу (2) необходимо помнить, что:

1. указанный в задании размер трубы 270×10 мм означает, что наружный диаметр трубы равен 270 мм, а толщина стенки 10 мм. Тогда внутренний диаметр будет равен наружный диаметр минус две толщины стенки, т.е. 270-2×10=250 мм.
2. расчёты требуется выполнять только в системе СИ, а линейные размеры в СИ измеряются в **метрах!**
3. время в системе СИ измеряется в **секундах!** Поэтому 3600 в уравнении (2) – это перевод из часов в секунды.

Для определения режима движения воды в трубе следует вычислить численное значение критерия Рейнольдса

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu}. \quad (3)$$

В условии задачи ничего не сказано про температуру, от которой зависят как плотность воды, так и её вязкость. Ничего страшного! Раз не сказано, то примем сами. Будем считать, что температура воды равна 20 °С. По справочнику (см. сайт) определяем:  $\rho = 998 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  $\mu = 0,001 \text{ Па} \times \text{с}$ .

Тогда численное значение критерия Рейнольдса составит

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{0,85 \times 0,25 \times 998}{0,001} = 212075. \quad (4)$$

Отсюда делаем вывод, что т.к. критерий Рейнольдса  $Re$  намного больше 10000, то в трубе будет **развитое турбулентное течение**.

**Ответ: скорость воды в трубе 0,85 м/с, режим движения турбулентный, т.к. критерий Рейнольдса равен 212075.**

## Задача 2

Бензол с расходом 200 т/час и средней температуре 40°C поступает в трубный пучок одноходового кожухотрубчатого теплообменника, состоящего из 717 труб диаметром  $d \times \delta = 20 \times 2$  мм. Определить скорость бензола в трубах трубного пучка и режим его движения в них.

### Решение

Как и в предыдущей задаче, нам необходимо воспользоваться уравнением расхода, но теперь это будет **уравнение массового расхода!** Почему массового? Да потому, что по заданию нам дан **массовый расход** бензола – 200 т/час. Уравнение массового расхода имеет вид

$$G = V \times \rho = Sw\rho = n \frac{\pi d^2}{4} w\rho. \quad (5)$$

В уравнении (5)  $n$  – число труб, по которым движется поток.

Пора изобразить наш аппарат – так будет проще представлять движение потоков в нём. Кожухотрубчатый теплообменник – это аппарата, в котором происходит переход теплоты от одного потока к другому. Вот его эскиз

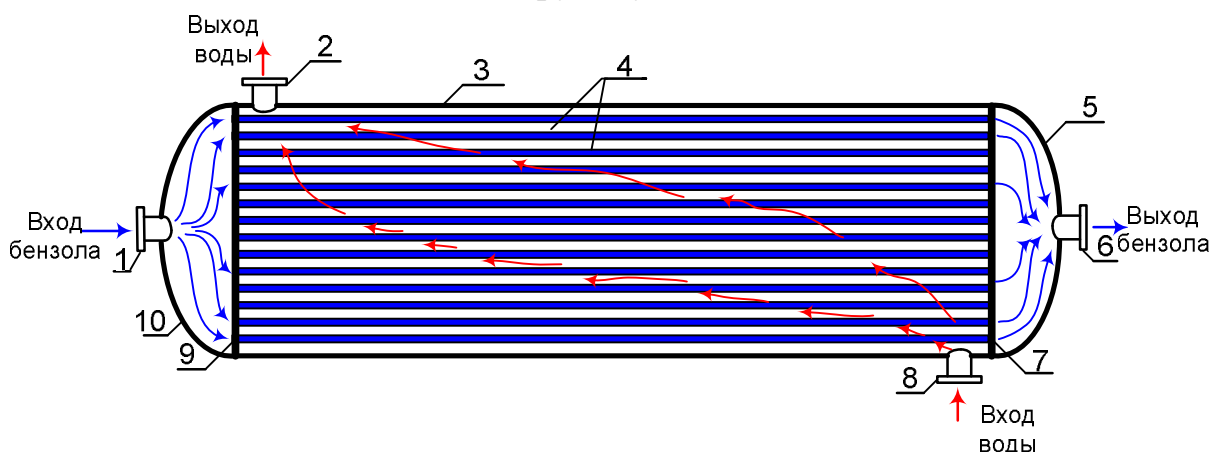


Рис. 1 к задаче 2. Схема одноходового кожухотрубчатого теплообменника

Уж, коли, мы заговорили про кожухотрубчатый теплообменник, назовём основные элементы его конструкции.

1, 2, 6, 8 – штуцера для входа и выхода потоков. Слово **штуцер** происходит от немецкого *Stutzen* – ружьё, обрез. В промышленности под штуцером понимается отрезок трубы, предназначенный для крепления аппарата с трубопроводом или другим аппаратом.

3 – кожух теплообменника.

4 – трубы трубного пучка.

5 и 10 – крышки теплообменника.

7 и 9 – трубные решётки, в которых закреплены трубы трубного пучка.

Сейчас нам в принципе всё равно, какой процесс происходит в нашем аппарате. Нам важна гидродинамика потоков в нём! Продолжим рассмотрение этого вопроса.

Из уравнения (5) вычислим среднюю скорость бензола в трубах аппарата

$$w_{mp} = \frac{4G_{\bar{o}}}{n\pi d^2 \rho_{\bar{o}}} = \frac{4 \times 200000}{3600 \times 717 \times 3,14 \times 0,016^2 \times 858} = 0,45 \frac{m}{c}. \quad (6)$$

Напомню: 3600 – это перевод из часов в секунды, 0,016 – внутренний диаметр труб трубного пучка в метрах! Значение плотности бензола при средней его температуре 40°C взято из справочника (см., например, мой сайт).

Определим теперь режим движения бензола в трубах. Для этого вычислим значение критерия Рейнольдса

$$Re_{mp} = \frac{w_{mp} d \rho_{\bar{o}}}{\mu_{\bar{o}}} = \frac{0,45 \times 0,016 \times 858}{0,000492} = 12556. \quad (7)$$

**Ответ: скорость бензола в трубах трубного пучка 0,45 м/с, режим движения – турбулентный, т.к. критерий Рейнольдса равен 12556.**

### Задача 3

Для охлаждения бензола (см. задачу 2) в межтрубное пространство кожухотрубчатого теплообменника с диаметром кожуха  $D=800$  мм, диаметром труб  $d \times \delta = 20 \times 2$  мм и их числом 717 шт. подаётся вода со средней температурой  $30^\circ\text{C}$ . Скорость воды в межтрубном пространстве должна быть  $0,5$  м/с. Необходимо определить расход воды в  $\text{м}^3/\text{час}$  и режим её движения.

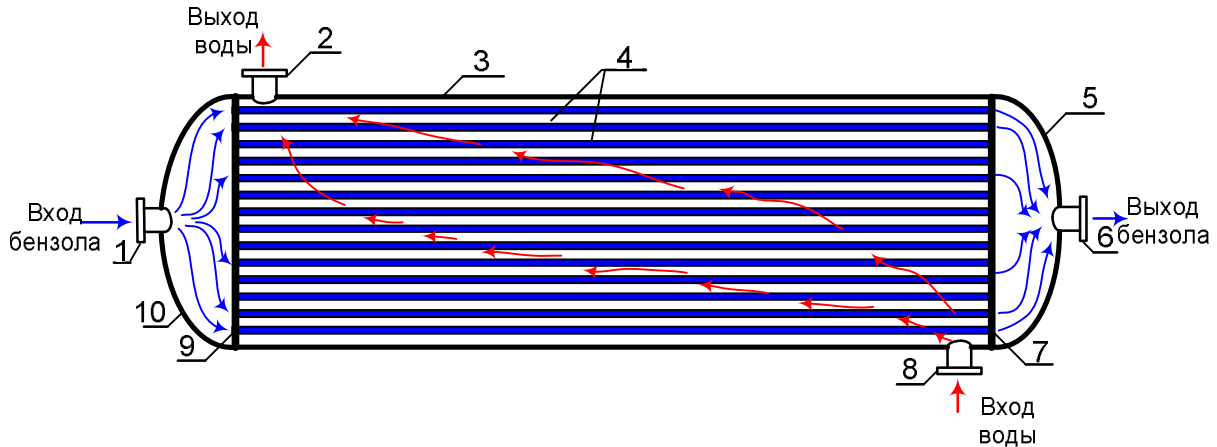


Рис. 2 к задаче 3. Вода подаётся в межтрубное пространство.

### Решение

Решение этой задачи основано на уже известном нам уравнении объёмного расхода

$$V = S_{\text{мтр}} w_{\text{мтр}} \cdot \quad (8)$$

Но теперь  $S_{\text{мтр}}$  – это площадь сечения межтрубного пространства. Если рассечь корпус нашего теплообменника плоскостью, то в сечении мы увидим такую фигуру

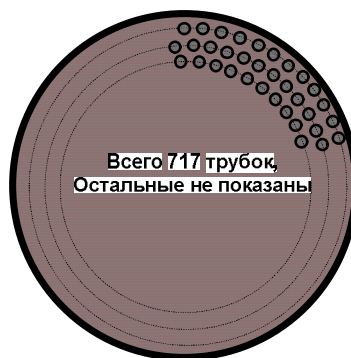


Рис. 3 к задаче 3. Сечение межтрубного пространства.

Понятно, что площадь сечения межтрубного пространства будет равна

$$S_{\text{мтр}} = \frac{\pi D^2}{4} - n \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} (D^2 - n d^2) = \frac{3,14}{4} (0,8^2 - 717 \times 0,020^2) = 0,277 \text{ м}^2. \quad (9)$$

Теперь, в отличие от задачи 2, в формулу подставляется **наружный**, а не внутренний диаметр трубок! Почему? Да потому, что вода вообще «не понимает», трубки она обтекает или, например, прутки. Это бензол движется внутри трубок.

Теперь можно найти объёмный расход воды, которая движется в межтрубном пространстве со скоростью  $0,5$  м/с

$$V = S_{\text{мтр}} w_{\text{мтр}} = 0,277 \times 0,5 = 0,139 \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 498,6 \frac{\text{м}^3}{\text{час}}. \quad (10)$$

Следует отметить, что на производстве принято расход воды измерять именно в кубических метрах в час, а не в секунду!

Теперь определим режим движения воды в межтрубном пространстве. Для этого надо вычислить значение критерия Рейнольдса. Для трубы в формуле для критерия Рейнольдса участвует её внутренний диаметр (см. задачи 1 и 2). А какой размер мы подставим теперь? Ведь у нашего профиля нет диаметра (см. рис. 3). В таких случаях в расчётах используется эквивалентный диаметр, т.е. для потоков некруглого сечения делается попытка сравнить их с потоком круглого сечения, с трубой! Классическая расчётная формула имеет вид

$$d_{\text{э}} = \frac{4S}{\Pi}, \quad (11)$$

где  $S$  – площадь сечения потока, в нашем случае это будет  $S_{\text{мтр}}$ ,  $\Pi$  – смоченный периметр, т.е. те длины, которые смачивает жидкость. В нашем примере это будут длина окружности кожуха плюс сумма всех длин окружностей трубок. Т.е. все эти длины будут **мокрыми, смоченными**. Я понятно объясняю? Давайте лучше запишу привычную формулу

$$\Pi = \pi D + n\pi d = \pi(D + nd) = 3,14(0,8 + 717 \times 0,020) = 47,5 \text{ м}. \quad (12)$$

Подставим полученное значение в формулу (11) и получим

$$d_{\text{э}} = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4 \times 0,277}{47,5} = 0,023 \text{ м}. \quad (13)$$

**Т.е. то сечение, по которому течёт вода, эквивалентно трубе с внутренним диаметром 23 мм! Вот в чём смысл эквивалентного диаметра!**

Теперь вычислим значение критерия Рейнольдса для воды

$$Re_{\text{мтр}} = \frac{w_{\text{мтр}} d_{\text{э}} \rho_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}} = \frac{0,5 \times 0,023 \times 996}{0,0009} = 12727. \quad (14)$$

Следовательно, режим движения воды в межтрубном пространстве нашего аппарата будет турбулентным.

**Ответ: объёмный расход воды 498,6 м<sup>3</sup>/час, режим её движения – турбулентный.**

Теперь порешаем задачи на материальный баланс потока. Смысл его очень простой – это закон сохранения массы применительно к потоку: сколько килограмм в «трубу» вошло, столько же килограмм должно и выйти.

#### Задача 4

На трубопроводе имеется переход с диаметра 50 мм на диаметр 100 мм (диаметры внутренние). По трубопроводу движется вода, имеющая температуру 20°C. Её скорость в узком сечении 1,5 м/с. Определить:

1. объёмный и массовый расходы воды;
2. скорость воды в широком сечении;
3. режимы течения в узком и широком сечениях.

#### Решение

Я всегда советую своим студентам начинать решение с эскиза. Давайте сделаем его для этой задачи.

Вот этот переход с диаметра 50 мм на диаметр 100 мм. Стрелками показано направление движения потока. Понятно, что чем уже сечение, тем больше должна быть скорость потока. И наоборот – чем шире, тем меньше скорость. А связь между площадью сечения потока и его скоростью как раз можно установить из уравнения материального баланса.

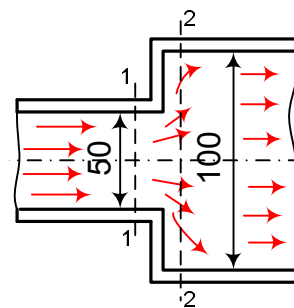


Рис. 4

Проведём на нашем эскизе два сечения, проходящие через трубу диаметром 50 мм и через трубу диаметром 100 мм.. Обозначим их 1-1 и 2-2.

Итак, уравнение материального баланса (его ещё называют **уравнением неразрывности потока**) для наших выбранных сечений можно записать так

$$G_1 = G_2. \quad (15)$$

Помня, что  $G = V \times \rho$ , можно записать уравнение (15) так

$$V_1 \rho_1 = V_2 \rho_2. \quad (16)$$

Пойдём дальше и распишем объёмный расход  $V$  по уравнению (1)

$$S_1 w_1 \rho_1 = S_2 w_2 \rho_2. \quad (17)$$

Так как наши потоки – трубы, т.е. имеют круглое сечение, то уравнение (17) можно записать так

$$\frac{\pi d_1^2}{4} w_1 \rho_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} w_2 \rho_2 \quad (18)$$

или после сокращения

$$d_1^2 w_1 \rho_1 = d_2^2 w_2 \rho_2 \quad (19)$$

В общем случае сокращать плотность  $\rho$  сразу нельзя, т.к. никто не сказал, что в разных сечениях она одинакова. Мало того, у нас будут задачи на уравнение материального баланса потока (см. задачи 5 и 6), в которых мы будем учитывать изменение плотности при переходе от одного сечения к другому!

Конкретно для нашей задачи мы можем **допустить**, что вода при переходе из сечения 1-1 в сечение 2-2 не изменяет свою плотность,  $\rho_1 = \rho_2$ . Тогда из уравнения (19) получаем

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \quad (20)$$

Т.е. получаем, что **скорость потока в трубе обратно пропорциональна квадрату её диаметра**. Следовательно, при увеличении диаметра в 2 раза скорость уменьшается в 4 раза! А если диаметр уменьшился в 3 раза, то скорость возрастёт в 9 раз!

Вернёмся к нашей задаче и определим объёмный и массовый расходы воды. Для нахождения объёмного расхода воспользуемся уравнением (1)

$$V = S_1 w_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} w_1 = \frac{3,14 \times 0,05^2}{4} \times 1,5 = 0,0029 \frac{\text{м}^3}{\text{с}}. \quad (21)$$

Массовый расход воды будет равен

$$G = V\rho = 0,0029 \times 998 = 2,9 \frac{\text{кг}}{\text{с}}. \quad (22)$$

Скорость воды в широком сечении 2-2 найдём из уравнения (20)

$$w_2 = w_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 1,5 \left(\frac{0,05}{0,1}\right)^2 = 0,375 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (23)$$

Критерий Рейнольдса для узкого сечения 1-1

$$Re_1 = \frac{w_1 d_1 \rho}{\mu} = \frac{1,5 \times 0,05 \times 998}{0,001} = 74850. \quad (24)$$

Критерий Рейнольдса для сечения 2-2

$$Re_2 = \frac{w_2 d_2 \rho}{\mu} = \frac{0,375 \times 0,1 \times 998}{0,001} = 37425. \quad (25)$$

**Ответ: объёмный расход воды 0,0029 м<sup>3</sup>/с, массовый расход 2,9 кг/с, скорость воды в широком сечении 0,375 м/с, режим движения воды в обоих сечениях – турбулентный.**

## Задача 5

Азот с расходом  $6400 \text{ м}^3/\text{час}$  (при н.у.) подаётся в трубный пучок одноходового кожухотрубчатого теплообменника. Абсолютное давление газа  $3 \text{ кгс/см}^2$ . Температура на входе в трубный пучок  $120^\circ\text{C}$ , на выходе  $30^\circ\text{C}$ . Число труб в аппарате 379 шт., их диаметр  $16 \times 1.5 \text{ мм}$ .

Определить:

1. скорость азота на входе в трубный пучок и на выходе из него;
2. режим движения азота на входе и на выходе.

## Решение

Снова начнём решение с эскиза аппарата

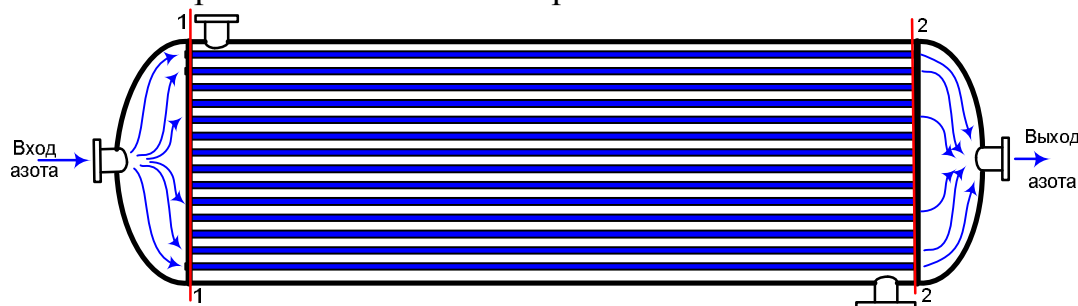


Рис. 5 к задаче 5. Азот охлаждается в трубах трубного пучка.

Красными линиями 1-1 и 2-2 я показал вход в трубы теплообменника и выход из них. Именно для этих сечений и надо определить скорости азота и режим его движения. Начнём решение. Оно основано, как и в предыдущей задаче, на уравнении материального баланса потока. Но если в задаче 4 мы могли допустить, что плотность воды в сечениях 1-1 и 2-2 одинаковы, то теперь этого сделать нельзя. Азот – это газ, а плотность газа существенно изменяется при изменении температуры и давления. Давление по условию задачи постоянно, а вот температура меняется прилично. Поэтому уравнение материального баланса потока мы запишем так

$$G_0 = G_1 = G_2. \quad (26)$$

где  $G_0$  – массовый расход азота при нормальных условиях,  $G_1$  – массовый расход азота при температуре входа и  $G_2$  – массовый расход азота при температуре выхода.

Уравнение (26) легко переписать через объёмный расход азота, т.е. через ту величину, которую мы знаем по условию задачи

$$V_0 \rho_0 = V_1 \rho_1 = V_2 \rho_2 = S w_1 \rho_1 = S w_2 \rho_2. \quad (27)$$

Вот уже и скорости появились. Те самые, которые нам надо найти. Но сначала придётся определить плотность азота при нормальных условиях, при условиях входа в трубы трубного пучка и при условиях выхода из них.

Плотность при нормальных условиях вычислим по закону Авогадро

$$\rho_0 = \frac{M}{22,4} = \frac{28}{22,4} = 1,25 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (28)$$



где  $M=28$  кг/кмоль – молярная масса азота

Плотности при давлении  $3 \text{ кГс/см}^2$  и температурах  $120^\circ$  и  $30^\circ\text{C}$  определим по закону Клапейрона-Менделеева

$$\rho_1 = \frac{M}{22,4} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T_1} = \frac{28}{22,4} \times \frac{3}{1} \times \frac{273}{273+120} = 2,60 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (29)$$

$$\rho_2 = \frac{M}{22,4} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T_2} = \frac{28}{22,4} \times \frac{3}{1} \times \frac{273}{273+30} = 3,38 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (30)$$

Определим площадь сечения труб трубного пучка теплообменника также, как это делали в задаче 2

$$S = n \frac{\pi d^4}{4} = 379 \frac{3,14 \times 0,013^2}{4} = 0,05 \text{ м}^2. \quad (31)$$

Теперь можно вычислить значение скоростей на входе в трубы и на выходе из них

$$w_1 = \frac{V_0 \rho_0}{S \rho_1} = \frac{6400 \times 1,25}{3600 \times 0,05 \times 2,60} = 17,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (32)$$

$$w_2 = \frac{V_0 \rho_0}{S \rho_2} = \frac{6400 \times 1,25}{3600 \times 0,05 \times 3,38} = 13,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (31)$$

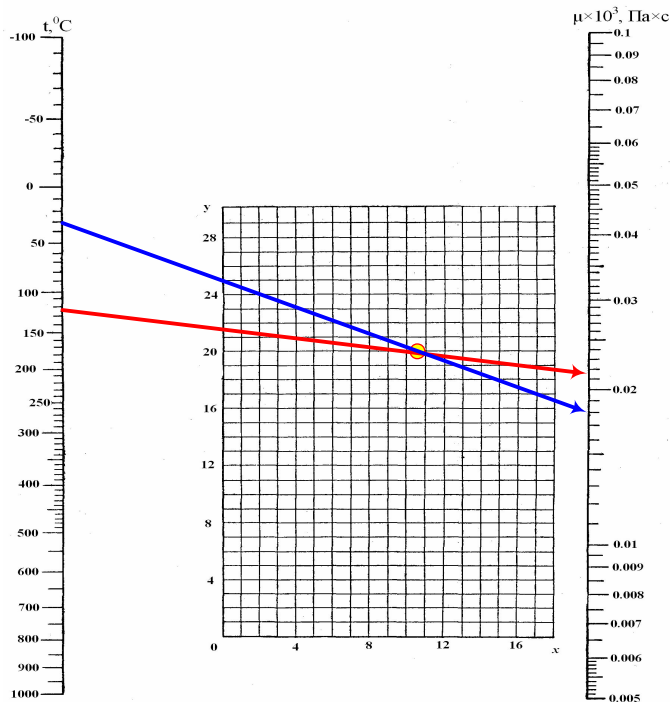


Рис. 6. Номограмма для определения коэффициента динамической вязкости азота

В уравнениях (29) и (30) я специально оставил давление в технической системе измерения, а не в системе СИ – ведь перевод давления из одной системы в другую осуществляется умножением на постоянный множитель. В нашем случае нужно было умножить и числитель, и знаменатель на 98100. Понятно, что этот множитель сократится.

Скорость газа по мере его охлаждения стала меньше. Всё правильно, газ остыл, стал «ленивым».

Чтобы определить режим движения азота в трубах, надо вычислить значения критерия Рейнольдса, а для этого придётся сперва найти вязкость азота. Сделать это проще всего по номограмме (см. справочник или мой сайт). На рис. 6 я показал, как находится вязкость азота. Естественный вопрос – а откуда взялась жёлтая точка?

Это точка с координатами  $x=10,6$   $y=20$  соответствует азоту, а координаты я взял из таблицы, которая сопровождает изображённую номограмму. По номограмме определяем: вязкость азота при  $120^{\circ}\text{C}$  равна  $0,022 \times 10^{-3}$  Па $\times$ с, а при  $30^{\circ}$  -  $0,018 \times 10^{-3}$  Па $\times$ с.

Сразу хочу отметить, что номограмма, как и все графики, не даёт высокой точности. Но в инженерных расчётах она и не требуется!

Вычисляем значения критериев Рейнольдса

$$Re_1 = \frac{w_1 d \rho_1}{\mu_1} = \frac{17,1 \times 0,013 \times 2,60}{0,022 \times 10^{-3}} = 26272. \quad (32)$$

$$Re_2 = \frac{w_2 d \rho_2}{\mu_2} = \frac{13,1 \times 0,013 \times 3,38}{0,018 \times 10^{-3}} = 31979. \quad (33)$$

**Ответ: скорость азота на входе в трубы 17,1 м/с, на выходе 13,1 м/с, режим движения и на входе, и на выходе – турбулентный. Причём по мере охлаждения азота турбулентность немного возрастает.**

### Задача 6

В трубное пространство двухходового кожухотрубчатого теплообменника с общим числом труб 718 шт. подаётся метан с расходом 25 т/час. Диаметр труб 25 $\times$ 2 мм. Температура метана на входе в аппарат  $15^{\circ}\text{C}$ , на выходе  $200^{\circ}\text{C}$ . Среднее давление в аппарате 6 кгс/см<sup>2</sup>. Определить скорость и режим течения метана на входе в трубы и выходе из них.

### Решение

Эта задача очень похожа на предыдущую, но там газ охлаждался, а здесь нагревается. Кроме того, задан не объёмный, а массовый расход газа, и аппарат теперь не одноходовой, а **двухходовой**. Поэтому сразу начнём с его эскиза.

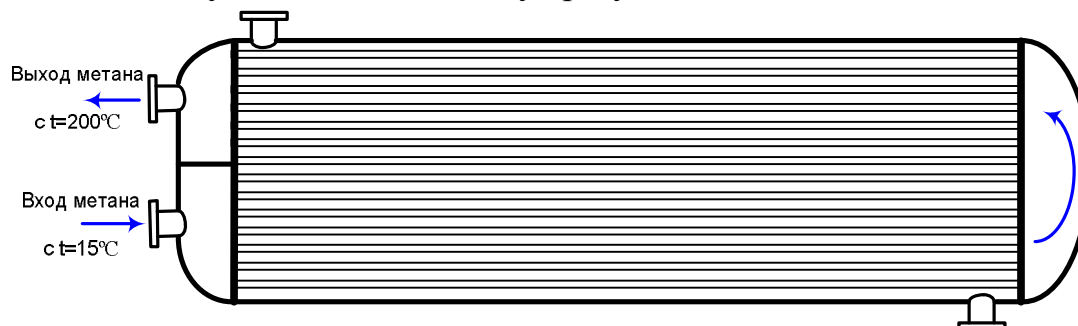


Рис. 7 к задаче 6. Метан нагревается в двухходовом теплообменнике

Решение этой задачи практически полностью повторяет решение задачи 5. Поэтому я не буду здесь подробно описывать все пункты, просто приведу их.

1. Плотность метана на входе в трубный пучок и на выходе из него

$$\rho_1 = \frac{M}{22,4} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T_1} = \frac{16}{22,4} \times \frac{6}{1} \times \frac{273}{273+15} = 4,06 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (34)$$

$$\rho_2 = \frac{M}{22,4} \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T_2} = \frac{16}{22,4} \times \frac{6}{1} \times \frac{273}{273+200} = 2,47 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (35)$$

2. Площадь поперечного сечения труб **на один ход**

$$S = \frac{n \pi d^4}{z \cdot 4} = \frac{718}{2} \times \frac{3,14 \times 0,021^2}{4} = 0,124 \text{ м}^2. \quad (36)$$

здесь  $z$  – число ходов,  $n$  – общее число труб в аппарате,  $d$  – внутренний диаметр трубы

3. Скорости метана на входе и выходе

$$w_1 = \frac{G}{S \rho_1} = \frac{25000}{3600 \times 0,124 \times 4,06} = 13,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (37)$$

$$w_2 = \frac{G}{S \rho_2} = \frac{25000}{3600 \times 0,124 \times 2,47} = 22,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (38)$$

В предыдущей задаче газ в теплообменнике охлаждался, поэтому его скорость падала. Теперь же газ нагревается, и его скорость увеличивается.

4. Перейдём к определению вязкости метана при 15° и 200°C. Для этого нам снова потребуется номограмма, на которую мы нанесём точку с координатами метана. Дальше просто: соединим эту точку с температурами 15° и 200°C и на правой оси снимем значения вязкости: при 15°  $\mu=0,000011 \text{ Па}\cdot\text{с}$ , при 200°  $\mu=0,000016 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

5. Переходим к вычислению критериев Рейнольдса.

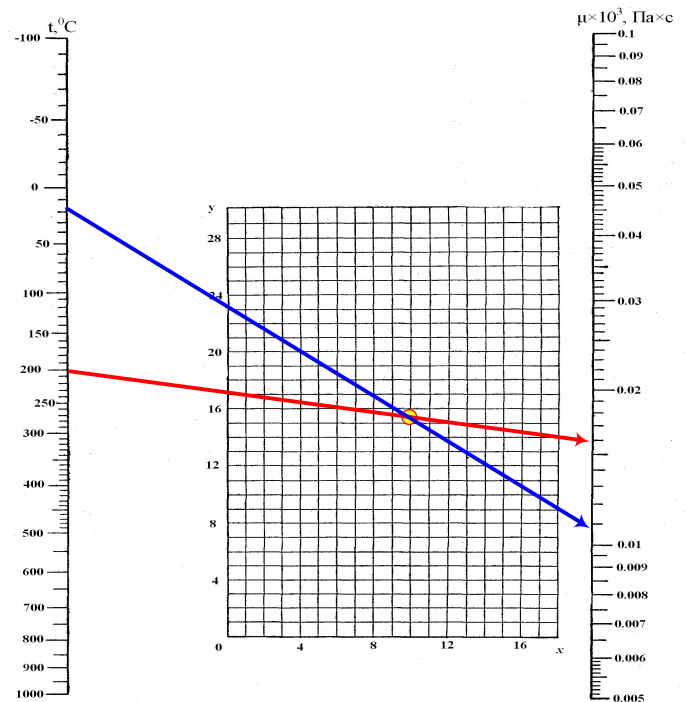


Рис. 8. Определение коэффициента динамической вязкости метана

$$Re_1 = \frac{w_1 d \rho_1}{\mu_1} = \frac{13,8 \times 0,021 \times 4,06}{0,000011} = 106963. \quad (39)$$

$$Re_2 = \frac{w_2 d \rho_2}{\mu_2} = \frac{22,7 \times 0,021 \times 2,47}{0,000016} = 73591. \quad (40)$$

**Ответ: скорость метана на входе в трубы трубного пучка 13,8 м/с, на выходе 22,7 м/с. Режим движения турбулентный.**

На очереди уравнение Бернулли. Очень интересное уравнение, дающее порой совершенно неожиданный результат. Его иногда называют парадокс Бернулли. По своему смыслу уравнение Бернулли – энергетический баланс потока.

### Задача 7

Труба диаметром 200×10 мм переходит в трубу диаметром 50×5 мм, после чего поднимается вверх на 20 м. В нижнем и верхнем сечениях трубы установлены манометры. Нижний манометр показывает давление  $P_1=5 \text{ кгс/см}^2$ . По трубопроводу перекачивается вода с расходом  $55 \text{ м}^3/\text{час}$  и температурой  $40^\circ\text{C}$ . Определить показания верхнего манометра. Наличием сил вязкости пренебречь.

### Решение

Снова начнём решение с эскиза. Вот наша труба, которая сначала «худеет», а потом резко поднимается на 20 м (это высота 4-х этажного дома). Нам надо определить, какое давление покажет манометр  $P_2$ .

Обычно я прошу своих студентов сначала решить эту задачу чисто качественно: давление  $P_2$  будет больше, чем  $P_1$  или меньше? А может, они вообще равны? На этот вопрос отвечает уравнение Бернулли. Запишем его для нижнего 1 и верхнего 2 сечений:

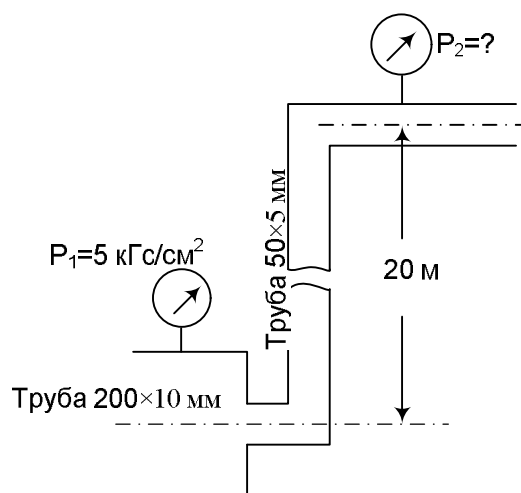


Рис. 9 к задаче 7

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} \quad (41)$$

где  $z$  – геометрический напор,  $\frac{P}{\rho g}$  – статический напор,  $\frac{w^2}{2g}$  – скоростной напор. Все они измеряются в метрах.

Нам нужно найти  $P_2$ . Для этого необходимо сначала вычислить скорости воды в широкой и узкой трубах. Такую задачу мы решали уже несколько раз.

Скорость воды в широкой трубе

$$w_1 = \frac{4V}{\pi d_1^2} = \frac{4 \times 55}{3600 \times 3,14 \times 0,18^2} = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (42)$$

Скорость воды в узкой трубе можно найти точно также, а можно как мы её находили в задаче 4 (см. уравнение 23). Давайте посчитаем и так, и так. Заодно проверим совпадение.

$$w_2 = \frac{4V}{\pi d_2^2} = \frac{4 \times 55}{3600 \times 3,14 \times 0,04^2} = 12,2 \frac{м}{с}. \quad (43)$$

$$w_2 = w_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 0,6 \left( \frac{0,18}{0,04} \right)^2 = 12,2 \frac{м}{с} \quad (44)$$

Теперь выразим из уравнения Бернулли дробь  $\frac{P_2}{\rho g}$

$$\frac{P_2}{\rho g} = z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (45)$$

Осталось разобраться с разностью  $z_1 - z_2$ . Что это такое? Как эту разность найти? Ведь нам не дано ни  $z_1$ , ни  $z_2$ . И не надо! Посмотрите на рисунок. Разность  $z_1 - z_2$  - это ни что иное, как подъём нашей трубы на 20 м! Но в уравнение (45) эту величину надо подставлять со знаком минус, т.к.  $z_2$  больше  $z_1$  именно на 20 м.

$$\frac{P_2}{\rho g} = z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = -20 + \frac{5 \times 98100}{992 \times 9,8} + \frac{0,6^2 - 12,2^2}{2 \times 9,8} = 22,9 м \quad (46)$$

В уравнении 46 для давления  $P$  я сделал переход из  $кГс/см^2$  в паскали (Па) путём умножения на переводной коэффициент 98100. Ведь все расчёты надо делать строго в системе СИ!

Осталось перейти из напора в давление

$$P_2 = 22,9 \times \rho g = 22,9 \times 992 \times 9,8 = 222625 \text{ Па} \quad (47)$$

После перевода в  $кГс/см^2$  получим

$$P_2 = \frac{222625}{98100} = 2,3 \frac{кГс}{см^2} \quad (48)$$

**Ответ: верхний манометр покажет давление 2,5  $кГс/см^2$ .**

Уравнение Бернулли всем хорошо. За одним исключением – при его выводе не были учтены силы вязкости. Ну, не мог этого сделать Даниил Бернулли в далёком 18 веке! Следует признать, что и теперь, в 21 веке, мы не можем теоретически учесть влияние сил вязкости при движении потока. Делать это приходится на основе обобщения имеющихся экспериментальных данных.

### Задача 8

По трубопроводу длиной 15 км и диаметром 100×5 мм перекачивается бензол с расходом 10 т/час при средней температуре 20<sup>0</sup>С. Стенки трубопровода гладкие. Манометр, установленный в начале, показывает давление 5 ат. Определить показание манометра, установленного в конце трубопровода.

### Решение

Не будем нарушать традицию и сделаем эскиз для этой задачи, хотя его можно и не делать – уж очень тут всё просто. Решение этой задачи основано на знании формул Дарси-Вейсбаха и Блазиуса. Если вы их не помните – посмотрите лекции или учебник.

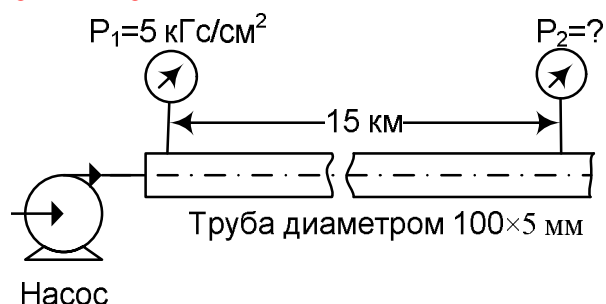


Рис. 10 к задаче 8

Вычислим скорость бензола в трубе. Откуда берутся плотность и вязкость – я здесь не говорю, вы давно это должны знать!

$$w_1 = \frac{4G}{\pi d^2 \rho} = \frac{4 \times 10000}{3600 \times 3,14 \times 0,09^2 \times 879} = 0,5 \frac{м}{с} \quad (49)$$

Найдём значение критерия Рейнольдса

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{0,5 \times 0,09 \times 879}{0,00065} = 60854. \quad (50)$$

По формуле Блазиуса определим значение коэффициента трения

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \frac{0,316}{60854^{0,25}} = 0,02. \quad (51)$$

По уравнению Дарси-Вейсбаха определим потерю давления

$$\Delta P = \lambda \frac{l}{d} \frac{w^2 \rho}{2} = 0,02 \times \frac{15000}{0,09} \times \frac{0,5^2 \times 879}{2} = 366250 \text{ Па} = \frac{366250}{98100} = 3,7 \frac{кгс}{см^2} \quad (52)$$

Итак, потеря давления составила 3,7 кгс/см<sup>2</sup>, второй манометр покажет 1,3 кгс/см<sup>2</sup>.

**Ответ: второй манометр покажет 1,27 кгс/см<sup>2</sup>.**